

文章编号: 1000-5471(2007)06-0135-04

# 用超声光栅测液体中声速的理论及实验研究<sup>①</sup>

陈晓莉<sup>1</sup>, 王培吉<sup>2</sup>

1. 西南大学 物理科学与技术学院, 重庆 400715; 2. 济南大学 理学院, 济南 250022

**摘要:** 描述了平面超声波在液体里传播形成超声光栅的原理; 根据非理想流体对应的连续性方程和 Lorentz-Lorenz 定律, 推导了液体光栅中液体密度与折射率的周期性变化规律, 表明液体密度和折射率变化满足相似的驻波方程; 根据推导的结果描绘了几个特殊时刻的驻波波形、液体密度、折射率周期性变化之间的关系曲线; 进而由折射率周期性变化规律分析了超声驻波自身像的形成原理, 并给出了 CGS 型超声光栅声速仪利用超声驻波自身像测量声速的方法与实验结果.

**关键词:** 超声光栅; 声速; 原理与方法; 实验结果

**中图分类号:** O426.3

**文献标识码:** A

高校普通物理实验高层次教学体系中都开设一些综合性较强的应用性实验, 由于物理理论知识和数学知识的欠缺, 学生对这部分实验内容的理解和掌握有较大的难度, 在实验教学过程中, 教师若对这些实验的原理解释不够清楚, 会模糊有关物理概念, 致使学生产生不清晰的物理图像. “用超声光栅测液体中的声速”实验是比较有代表性关于声光相互作用的应用性实验, 然而实验仪器说明书和有关的大学物理实验教材中对于实验原理都只是叙述了超声光栅的形成过程<sup>[1,2]</sup>, 没有从理论上加以推导论证, 致使学生对超声光栅概念理解不透, 对计算公式的由来不清楚. 为了达到理论与实践相结合的教学目的, 提高实验课程教学质量, 不少物理学工作者对该实验从理论和实验方法等方面进行了探讨. 如: 文献[3]论述了超声光栅的形成机理, 给出了超声光栅衍射条纹的强度分布; 文献[4]介绍了超声光栅的形成原理, 解释了如何利用超声光栅衍射来测量液体中的声速, 等等. 但以上这些分析研究都是侧重于某一方面, 没有对整个实验加以分析研究, 特别是没有从理论上推导液体光栅中密度与折射率的周期性变化规律. 本文将从理论与实验两个方面对此实验加以分析研究.

## 1 液体超声光栅的形成原理

当一束波长为  $\lambda$ , 周期为  $T$  的平面正弦超声波在液体里传播时, 波前进路径上的液体被周期性地压缩与膨胀, 其密度会发生周期性的变化, 形成疏密波. 液体对光的折射率与液体的密度有关, 稀疏作用会使液体密度减小、折射率减小, 压缩作用会使液体密度增大、折射率增大<sup>[2]</sup>. 如果在超声波前进的方向上放置一个表面光滑且与超声波波阵面平行的金属反射板, 那么到达反射板表面的超声波将反射而沿反方向传播. 在一定条件下, 前进波与反射波叠加而形成驻波. 某时刻, 驻波的任一波节两边的质点都涌向这个节点, 使该节点成为质点密集区, 而相邻的波节处为质点稀疏区; 半个周期后, 这个节点附近的质点又向两边散开变为稀疏区, 相邻波节处变为密集区. 随着液体密度的周期性变化, 折射率也呈周期性变化, 于是当一束光沿垂直于超声波传播的方向通过液体时, 光就像通过一个透射光栅那样, 产生衍射现象. 这种由超声驻波在液体中传播形成的液体光栅被称为超声光栅.

<sup>①</sup> 收稿日期: 2007-01-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60471042).

作者简介: 陈晓莉(1967-), 女, 重庆梁平人, 高级实验师, 主要从事物理实验研究.

## 2 超声光栅中液体密度与折射率变化规律

### 2.1 液体中传播的超声驻波

设超声波沿  $x$  轴正方向传播, 则当反射板距波源的距离为  $\frac{1}{4}\lambda$  的奇数倍时, 入射波与反射波方程分别为  $y_1 = A\cos(\omega t - kx)$ ,  $y_2 = A\cos(\omega t + kx)$ , 其中,  $k = 2\pi/\lambda$ . 叠加形成的驻波方程为

$$y(x, t) = y_1 + y_2 = 2A\cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \cos \omega t \tag{1}$$

波腹的坐标为  $x = \pm n \frac{\lambda}{2} (n = 0, 1, 2, \dots)$

波节的坐标为  $x = \pm (n + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2} (n = 0, 1, 2, \dots)$

### 2.2 液体密度的变化规律

考虑密度的变化, 此时的液体为非理想流体, 对应的连续性方程为

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla(\rho \vec{v}) \tag{2}$$

式中:  $\rho$  为液体中任意点的密度,  $\vec{v}$  为该点流体的速度.

由(1)式可得

$$v = v(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = -2A\omega \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \sin(\omega t) \tag{3}$$

与(1)式相对应, 密度  $\rho$  仅为  $x, t$  的函数, 设为  $\rho(x, t)$ , 令(2)式  $\rho$  中的试解为

$$\rho(x, t) = \rho_0 + \Delta\rho(x, t) = \rho_0 + \rho_m \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \phi_1\right) \cos(\omega t + \phi_2) \tag{4}$$

式中:  $\rho_0$  为不存在超声波时该液体的密度, 与时间和位置无关;  $\rho_m$  为密度涨落的振幅;  $\phi_1, \phi_2$  为初位相.

将(3)式和(4)式代入(2)式求解, 忽略高阶项不计, 可解得

$$\Delta\rho(x, t) = \rho(x, t) - \rho_0 = \frac{4A\pi\rho_0}{\lambda} \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \cos \omega t \tag{5}$$

于是, 密度振幅为零的点的坐标为  $x = \pm n \frac{\lambda}{2} (n = 0, 1, 2, \dots)$

密度振幅为极大值的点的坐标为  $x = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} (n = 0, 1, 2, \dots)$

由此可见, 密度变化满足驻波方程.

### 2.3 液体折射率的变化规律

密度的变化导致折射率的变化, 它们之间的关系可由 Lorentz-Lorenz 定律联系起来, 即

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{M}{\rho} = A' \tag{6}$$

式中:  $n$  为折射率,  $M$  是媒质的摩尔质量(即分子量),  $A'$  为常量. 由(6)式可得

$$\begin{aligned} \Delta n(x, t) &= \frac{A'(n^2 + 2)}{2n(M - A'\rho)} \Delta\rho \\ &= \frac{A'(n^2 + 2)}{2n(M - A'\rho)} \frac{4A\pi\rho_0}{\lambda} \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \cos \omega t \end{aligned} \tag{7}$$

即折射率的变化与密度的变化成正比, 满足相似的方程, 只是振幅不同. 因此形成驻波的液体相当于一个光栅, 其光栅常数为  $\lambda$ .

在周期性变化规律中, 几个特殊时刻的驻波波形、液体密度、折射率变化曲线见图 1<sup>[2]</sup>, 图中  $n=0, 1, 2, \dots$ .

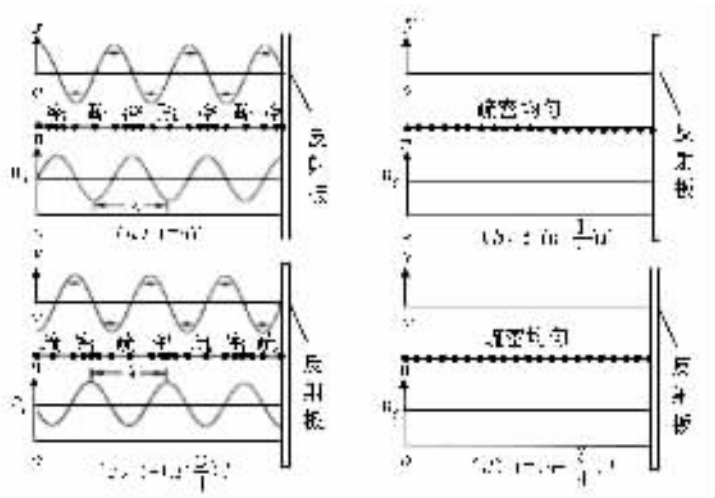


图 1 几个特殊时刻驻波波形、液体密度、折射率变化关系曲线

### 3 CGS 型超声光栅声速仪测声速的原理与方法

#### 3.1 仪器组成

CGS 型超声光栅声速仪主要由五个部分组成(图 2): ①超声波液槽 A, 在透明槽内安装有产生超声振动的压电晶体 Q 和反散射板 E; ②激励压电晶体产生超声振动的稳频超声波信号发生器 B; ③能够把液槽沿声波传播方向平移的测微测量装置 C; ④具有可调狭缝的线光源 D; ⑤显示观察条纹用的专用光屏。

当压电晶体 Q 被信号发生器 B 激励产生超声波时, 适当调节反射板 E 使槽内形成驻波. 这时如果用具有一定扩散角度的线光源垂直于声波方向照射液槽, 在液槽的另一侧的专用光屏上可以观察到光线被超声驻波调制而产生的明暗相间的条纹, 这是超声波的自身放大像, 即超声光栅的自身影像。

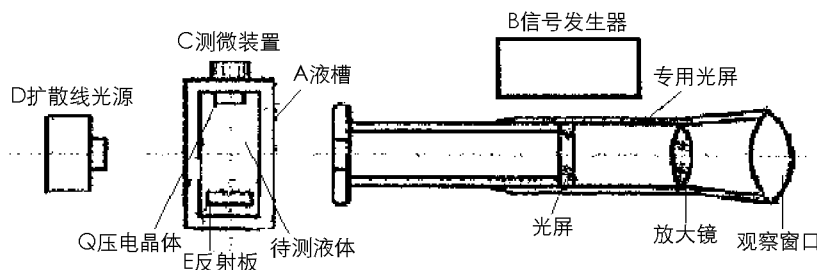


图 2 CGS 型超声光栅声速仪仪器组成示意图

#### 3.2 利用超声驻波自身像测量声速原理

按图 2 布置光路, 从图 1 可以看出当  $t=nT$  时, 液槽中液体折射率  $n$  呈周期变化, 使液槽液体中好象分布着一排排条形“透镜”, 每排间距为  $\lambda$ , “透镜”有聚光作用, 因此每条“透镜”都产生一条明条纹, 则在屏上形成如图 3 中实线所示条纹分布. 其中每两条条纹的间距对应着液槽中的  $\lambda$ . 当  $t=(n+\frac{1}{4})T$  时, 液槽

中  $n$  为常数, 光束均匀照射屏幕; 当  $t=(n+\frac{2}{4})T$  时, 由于每条“透镜”的位置与  $t=nT$  的位置正好错开  $\frac{\lambda}{2}$ , 所以形成图 3 中虚线所示条纹分布; 当  $t=(n+\frac{3}{4})T$  时, 光均匀照射屏幕; 当  $t=(n+1)T$  时, 开始下一个周期。

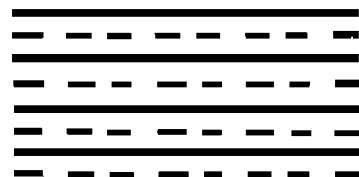


图 3 自身像条纹分布

由于  $T$  很短(微秒级), 人眼不能分辨上述变化, 只能看到由图 3 中实线和虚线共同组成的等间距的水平条纹, 其中每条条纹的间距对应着液槽中的  $\frac{\lambda}{2}$ , 移动超声液槽则屏上条纹也相应地移动, 若测出屏上条纹移动  $N$  条时液槽的移动量  $\Delta Y$ , 则

$$\lambda = \frac{2\Delta Y}{N} \quad (8)$$

如果超声波频率  $\nu$  已知, 则可以求出超声波在该液体中的传播速度:

$$v = \lambda \cdot \nu \quad (9)$$

#### 3.3 实验结果

用超声驻波自身像测量声速的实验结果如下表 1 所示. 液体: 水; 温度: 22 °C; 测量条数  $N=40$ ; 测微装置最小分度值为 0.01 mm; 超声波频率  $\nu=1\ 710$  kHz.

表 1 实验结果数据表

测量次数	液槽移动的距离 $\Delta Y/\text{mm}$	波长 $\lambda/\text{mm}$	声速 $v/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
1	17.48	0.874	1 494.54
2	17.52	0.876	1 497.96
3	17.30	0.865	1 479.15
4	17.31	0.865 5	1 480.005
5	17.41	0.870 5	1 488.555
平均值			1 488.042

液体中的声速一般与液体的成分、液体的温度及大气压强有关,一个大气压下水中的声速可由以下的经验公式来计算<sup>[2]</sup>.

$$v = 1\,402.336 + 5.033\,58\,t - 5.795\,06 \times 10^{-2}t^2 + 3.316\,36 \times 10^{-4}t^3 - 1.452\,62 \times 10^{-6}t^4 + 3.044\,9 \times 10^{-9}t^5$$

式中:  $t$  是水的温度,单位为 $^{\circ}\text{C}$ . 将测量时的液体温度  $22^{\circ}\text{C}$ , 代入上述经验公式得其理论值为  $v=1\,481.138$  m/s, 相对误差为  $0.47\%$ .

## 4 结 论

由超声驻波在液体中传播形成的液体光栅被称为超声光栅,其光栅常数为超声波的波长  $\lambda$ . 超声波在液体里传播形成超声驻波时,液体密度变化和折射率变化满足相似的驻波方程,只是振幅不同. 因此,液体超声光栅实质上是液体折射率在空间上不同位置成周期性变化形成的. CGS 型超声光栅声速仪利用超声驻波自身像测量声速公式:

$$\lambda = \frac{2\Delta Y}{N}, \quad v = \lambda \cdot \nu$$

式中:  $N$  为屏上条纹移动条数,  $\Delta Y$  为屏上条纹移动  $N$  条时液槽的移动量,  $\nu$  为超声波频率,  $\lambda$  为超声波波长,  $v$  为超声波在该液体中的传播速度.

### 参考文献:

- [1] 李 平. 大学物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.
- [2] 丁慎训, 张连芳. 物理实验教程[M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [3] 谢莉莎. 超声光栅实验原理及衍射条纹特点[J]. 广西物理, 2006, 27(1): 49-50.
- [4] 唐 煌. 超声光栅衍射测量液体中声速的研究[J]. 江苏技术师范学院学报, 2005, 11(6): 12-16.

# Theory and Experiment Research on Measuring Vocal Velocity in Liquid by Ultrasonic Grating

CHEN Xiao-li<sup>1</sup>, WANG Pei-ji<sup>2</sup>

1. School of Physics Science and Technology, Southwest University, Chongqing 400715, China;

2. School of Science, University of Jinan, Jinan 250022, China

**Abstract:** This paper described the principle of plane ultrasonic spreading abroad in the liquid coming into being ultrasonic grating, deduced the density and refractive index changing rule basis continuity equation of not-ideal liquid and Lorentz-Lorenz law, expressing the transformation of the index and refractive index satisfaction similar equation of standing wave, and described the relation curve of the standing wave form at a few special times, liquid density and refractive index periodic variety according to the result; then it analyzed the formation principle of ultrasonic self-picture by the refractive index periodic variety law, and gave the method and experiment result of measuring velocity of sound in liquid using self-picture of ultrasonic standing wave by the CGS type ultrasonic grating instrument.

**Key words:** ultrasonic grating; vocal velocity; principle and method; experiment result

责任编辑 潘春燕