文章编号:1000-5471(2011)02-0094-05

一种结合多样性策略的自适应粒子群优化算法①

肖　丽

重庆教育学院 计算机科学系，重庆 400067

摘要： 提出一种结合多样性策略的自适应粒子群优化算法，该算法在粒子群的全局优化过程中，使用根据种群搜索状态自适应调整邻域空间的局部搜索算法加强算法的局部搜索能力，并允许非优粒子具有引导种群搜索方向的可能性．在著名基准函数上的对比实验结果表明，这种混合粒子群优化算法能获得更高的搜索成功率和质量更好的解，特别在高维多峰函数优化上表现出较强的竞争力．

关　键　词： 粒子群优化；局部搜索；多样性

中图分类号： TP183　　**文献标志码：** A

现实社会中，许多问题最后都可以归结成优化问题．粒子群优化(particle swarm optimization，PSO)是 Kennedy 和 Evberhart 受到人工生命研究结果的启发在 1995 年提出的．作为一种群体智能算法，PSO 具有易理解、易实现等特点，目前其应用已经扩展到各种复杂优化问题领域中如工业系统优化、神经网络、和工程控制等[1-3]．但是和大多进化算法相同，PSO 存在过早收敛问题，优化性能受到限制．如何保持种群的多样性并提高算法的收敛精度和收敛速度，成为许多研究者关注的热点．

局部搜索算法是基于贪婪思想利用邻域函数进行搜索的，方法实现简单，是求解优化问题的有效方法之一．但是，由于算法对初始解的依赖性，局部搜索容易陷入局部极值，而且，贪婪思想无疑将使它缺失全局优化能力．

本文提出一种结合了多样性策略的自适应粒子群优化算法(adaptive particle swarm optimization with diversity strategy，APSODS)．算法结合了局部搜索方法，在搜索过程中根据种群的搜索状态和迭代次数自适应地调整局部搜索空间，同时还引入允许非优粒子引导种群搜索方向的多样性策略，平衡了算法的集中性和多样性搜索．在一些基准函数优化问题上的实验结果表明，APSODS 有效平衡了集中性和多样性搜索，能获得质量更优的解和更快的收敛速度，表现出了极大的竞争力．

1　粒子群优化算法

粒子群算法的原理是模拟鸟群的觅食过程．在 PSO 中，种群表示的是问题潜在解集合，种群中的每一个粒子(particle)即是解空间的一个潜在解．一个粒子用一组几何位置和速度向量表示．在搜索过程中，通过粒子间的信息交换，每个粒子根据自身找到的最优解和所在种群的最优解来决定自己的飞行．

假设搜索空间是一个 D 维空间，种群由 m 个粒子组成．那么第 i 个粒子可表示为 $\boldsymbol{X}_i=(x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{iD})$，代表解空间中的一个点；相应的飞行速度也是一个 D 维的向量 $\boldsymbol{V}_i=(v_{i1}, v_{i2}, \cdots, v_{iD})$．使用目标函数计算得到的适应度来衡量粒子位置的优劣．记第 i 个粒子目前搜索到的最优位置是 $\boldsymbol{P}_i=(p_{i1}, p_{i2}, \cdots, p_{iD})$，整个种群目前所找到的最优位置为 $\boldsymbol{P}_g=(p_{g1}, p_{g2}, \cdots, p_{gD})$．那么在标准 PSO 中，每个粒子按如下

① 收稿日期：2010-08-08

基金项目：重庆市教委科研项目(KJ081502)．

作者简介：肖　丽(1981-)，女，四川金堂人，博士研究生，主要从事神经网络与计算智能．

公式更新位置[4]：

$$V_{id} = w * v_{id} + c_1 * \mathrm{rand}_1 * (p_{id} - x_{id}) + c_2 * \mathrm{rand}_2 * (p_{gd} - x_{id}) \tag{1}$$

$$x_{id} = x_{id} + v_{id} \tag{2}$$

其中：$i = 1,2,\cdots,m$；$d = 1,2,\cdots,D$；非负数 w 称为惯性因子；非负常数 c_1 和 c_2 称为学习因子，分别用来表示群体经验和个体经验的影响度；rand_1 和 rand_2 是区间(0，1)上的随机数．令常量 $V_{\max}$ 表示种群中粒子的最大飞行速度．

文献[5]研究了粒子群算法优化性能受惯性因子 w 的影响，发现较大的 w 有利于跳出局部极值，而较小的 w 有利于算法收敛，由此提出了在迭代过程中线性地减小 w 的值的 PSO 算法；文献[6]引入了收缩因子 K 用于提高 PSO 控制速度的能力；文献[7]发现结合对 $\boldsymbol{V}_{\max}$ 的限制，K 能显著提高 PSO 的性能．这种方法的速度更新公式为：

$$V_{id} = K(v_{id} + c_1 * \mathrm{rand}_1 * (p_{id} - x_{id}) + c_2 * \mathrm{rand}_2 * (p_{gd} - x_{id})) \tag{3}$$

其中：$K = 2/\left|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}\right|$，$\varphi = c_1 + c_2$ 且 $\varphi > 4$．文献[8]通过大量的实验，选择了较为合理的一组参数($c_1 = 2.8$，$c_2 = 1.3$，种群大小为 30)，本文称其为规范的 PSO 算法．

2　结合多样性策略的自适应粒子群优化算法 APSODS

APSODS 算法将 PSO 的全局优化能力和局部搜索的精确局部搜索能力相结合，引入的允许非优粒子引导种群搜索的多样性策略降低了算法受到的局部最优解影响，避免早熟收敛．APSODS 在规范 PSO 的执行中，让每一个粒子间隔一定迭代步数执行自适应局部搜索，同时跟踪种群的最优解，如果最优解在设定的连续迭代次数内未有改进，则根据多样性策略随机选择非最优粒子作为全局最优解以调整种群搜索方向．若在局部搜索时找到满足优化精度的解，则整个算法成功结束，否则继续下一轮 PSO 算法进化．

2.1　自适应随机局部搜索

在 PSO 搜索的初级阶段，当前种群往往离全局最优解的区域较远，因此局部搜索应该在一个较大的邻域空间搜索．到了算法搜索后期，种群已经飞行到接近或者含有全局最优解的区域时，局部搜索方法应该执行精细搜索．

为此，本文提出一种自适应随机局部搜索策略，算法根据种群的搜索状态自适应调整邻域空间的大小．定义邻域函数为对当前解的每一维添加随机分量：

$$x_{di}' = x_{id} + \varepsilon \tag{4}$$

其中：x_{id} 表示当前解，x'_{id} 是 x_{id} 的邻域解，ε 是区间$(-\delta, \delta)$的一个随机实数，称之为修正量．δ 随迭代步数和当前最优解的适应值改变大小：

$$\delta = \alpha * \frac{\left|\overline{\mathrm{fitness}(\boldsymbol{P})} - \mathrm{fitness}(\boldsymbol{P}_g)\right|}{\mathrm{iter}} \tag{5}$$

其中：$\mathrm{fitness}(\boldsymbol{P}_g)$ 是目前种群最优解 $\boldsymbol{P}_g$ 的适应值，$\overline{\mathrm{fitness}(\boldsymbol{P})}$ 是所有粒子的平均适应值，iter 表示迭代次数；α 为一给定正实数．

2.2　多样性策略

在算法初始化时，定义一空集合 $S = \phi$，如果当前最优解 $\boldsymbol{P}_g$ 变化，则从当前种群中随机选择一个粒子加入 S．如果集合 S 内的粒子数达到 ρ 个，表示 $\boldsymbol{P}_g$ 连续 ρ 次迭代未发生变化，则从 S 中随机选择一个粒子代替 $\boldsymbol{P}_g$ 作为引导下一轮搜索的当前最优解，记为 $\boldsymbol{P}_g'$，同时令 $S = \phi$．

针对 PSO 算法后期迭代搜索效率不高，容易陷入局部最优的问题，在 PSO 算法后期适当加大多样性策略的影响度．令 $\rho = M - \mathrm{mod}(\frac{\mathrm{iter}}{N})$，$M$ 和 N 均为正整数．

2.3　APSODS 算法流程

APSODS 算法流程如下：

STEP1：设置算法参数：LSiter_max，Iter_max，Interval，L，N，M，GM，Popsize，$\boldsymbol{X}_{\max}$，Goalerror；

STEP2：在空间$[-\boldsymbol{X}_{\max}, \boldsymbol{X}_{\max}]$上随机产生 Popsize 大小的初始粒子种群；

STEP3：令 $\boldsymbol{P}_i$ 为 $\boldsymbol{X}_i$，$\boldsymbol{P}_g$ 为适应值最小的粒子的位置，集合 $S=\phi$，$\boldsymbol{P}_g{}'=\boldsymbol{P}_g$；

STEP4：对种群中的每个粒子，飞行速度更新公式修改为：

$$V_{id}=K(v_{id}+c_1*\mathrm{rand}_1*(p_{id}-x_{id})+c_2*\mathrm{rand}_2*(p'_{gd}-x_{id})) \tag{6}$$

STEP4.1：根据公式(2)和(6)，更新 $\boldsymbol{X}_i$ 和 $\boldsymbol{V}_i$；

STEP4.2：判断是否满足条件 mod(iter, Interval) = 0，若满足，则执行自适应局部搜索，否则跳转至 STEP 5；

STEP4.3：粒子的当前位置 $\boldsymbol{X}_i$ 记为初始解 $\boldsymbol{X}^{now}$，令局部搜索最优解 $\boldsymbol{X}^{best}=\boldsymbol{X}^{now}$；

STEP4.4：根据公式(4)和(5)产生 L 个 $\boldsymbol{X}^{now}$ 的邻域解，并令 $\boldsymbol{X}^{N-best}$ 为邻域解中的最优解；

STEP4.5：判断 $\boldsymbol{X}^{N-best}$ 是否满足条件 $|\mathrm{fitness}(X^{N-best})-GM|<\mathrm{Goalerror}$，若满足，则终止算法，并输出 X^{N-best} 作为结果，否则，继续执行后续步骤；

STEP4.6：令 $\boldsymbol{X}^{now}=\boldsymbol{X}^{N-best}$，如果 $\mathrm{fitness}(\boldsymbol{X}^{N-best})<\mathrm{fitness}(\boldsymbol{X}^{best})$，$\boldsymbol{X}^{best}=\boldsymbol{X}^{N-best}$；

STEP4.7：重复 STEP4.2－STEP4.6，直到达到局部搜索终止条件 LSiter > LSiter_max；

STEP4.8：令 $\boldsymbol{X}_i=\boldsymbol{X}^{best}$，以 $\boldsymbol{X}^{best}$ 替换粒子 i 的当前位置；

STEP4.9：更新 $\boldsymbol{P}_i$，判断 $\boldsymbol{P}_g$ 是否发生改变，若无改变，则继续以下步骤，否则令 $\boldsymbol{P}'_g=\boldsymbol{P}_g$，$S=\phi$，并跳转至 STEP5；

STEP4.10：在当前种群中随机选择一个粒子添加到集合 S 中，判断 S 中粒子个数是否达到 ρ，若已达到，则从 S 中随机选择一个粒子更新 $\boldsymbol{P}_g{}'$，$S=\phi$，否则，直接返回 STEP 4；

STEP5：判断是否满足算法终止条件 $|\mathrm{fitness}(P_g)-GM|<\mathrm{Goalerror}$ 或 iter > Iter_max，若满足则终止算法并输出结果 $\boldsymbol{P}_g$，否则返回 STEP 4.

3 实验及结果

本文采用4个著名测试函数优化问题[9-10]来验证APSODS的性能，并与标准PSO(SPSO)[4]、惯性权重线性下降的PSO(LDWPSO)[5]以及规范的PSO算法(CPSO)[8]进行了对比实验. 为了防止种群初值影响测试结果，对每个函数实施了200次实验后取其平均值. 所有PSO算法的种群大小均设定为30，算法最大迭代次数为500. 在SPSO算法中，$c_1=c_2=2.0$，$w=0.6$. 在LDWPSO中，$c_1=c_2=2.0$，惯性权重 w 从0.9线性减小到0.4. APSODS的参数设置为：Interval = 60，$L=10$，$M=30$，$N=50$，LSiter_max = 5，α 为设定精度的倒数. 所有算法均在Matlab下编程实现.

表1列出了4个函数30维的理论最优值和设定的优化精度. 图1－图4是表1中的函数为30维时分别采用APSODS,SPSO,CPSO和LDWPSO求解200次后得到的平均最佳适应度迭代变化图. 为方便比较，纵坐标采用了适应度的对数值表示. 可以看到，4个函数的试验中，LDWPSO出现了早熟的情况. 虽然SPSO随着迭代的进行一直呈下降趋势，但收敛速度过慢. 而在Sphere和Rosenbrock函数中，CPSO都陷入了局部最优. APSODS算法在4个函数优化中，具有最快的全局收敛速度和最高的收敛精度.

表1 测试函数

函数名	函数表达式	理论最小值	维数/维	设定精度
Sphere	$f(x)=\sum_{i=1}^{n}x_i^2$，$\lvert x_i\rvert\leqslant 100$	0	30	10^{-4}
Rosenbrock	$f(x)=\sum_{i=1}^{n}(100(x_{i+1}-x_i^2)^2+(1-x_i)^2)$，$\lvert x_i\rvert\leqslant 30$	0	30	100
Rastrigin	$f(x)=\sum_{i=1}^{n}(x_i^2-10\cos(2\pi x_i)+10)$，$\lvert x_i\rvert\leqslant 5.12$	0	30	100
Griewank	$f(x)=\frac{1}{4000}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\prod_{i=1}^{n}\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)+1$，$\lvert x_i\rvert\leqslant 600$	0	30	10^{-1}

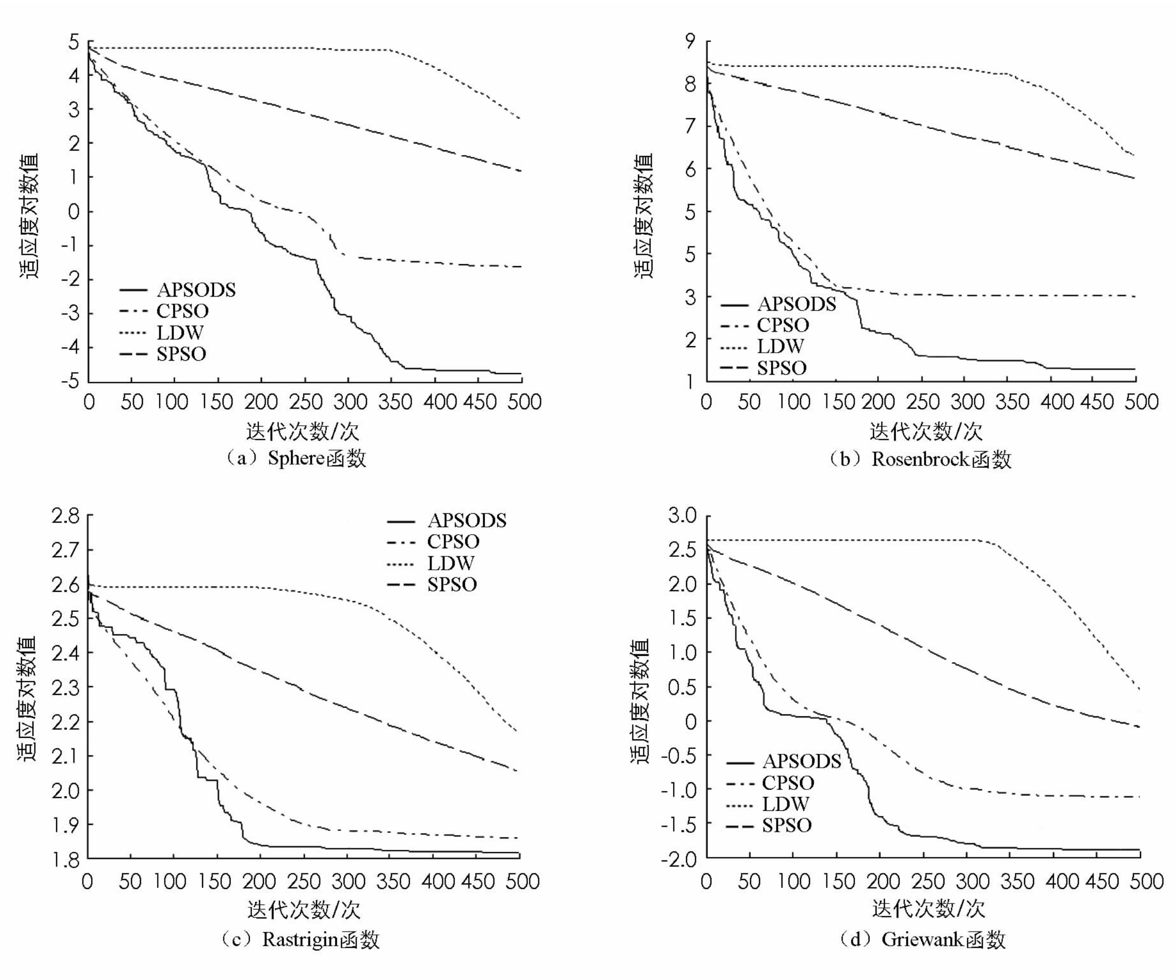

图 1　最佳适应度迭代变化图

4 结　　论

本文提出了一种结合了多样性策略和自适应局部搜索的混合粒子群优化算法 APSODS，算法利用 PSO 算法强大的全局优化能力寻找最优解的大致位置，在迭代过程中间隔性引入自适应调整邻域大小的随机局部搜索，加强粒子的精确搜索能力，采用允许非最优粒子作为种群引导粒子的策略降低了局部最优解的影响，增强多样性搜索能力，避免早熟收敛．与其他算法的对比实验结果表明，APSODS 的性能是有效可靠的．

参考文献：

［1］ VANDENBERGH F，ENGELBRECHT A P. Training Product Unit Networks Using Cooperative Particle Swarm Optimizers［C］//Proceedings of the third Genetic and Evolutionary Computation Conference. New York：IEEE Computer Society Press，2001：126－131.

［2］ 何　佳，陈智慧，杨迎新．综合改进的粒子群神经网络算法．计算机工程与设计，2008，29(11)：2890－2896.

［3］ 杨　维，李歧强．粒子群算法综述［J］．中国工程科学，2004，6(5)：87－92.

［4］ SHI Y H，EBERHART R C. A Modified Particle Swarm Optimizer［C］// Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation. New York：IEEE Computer Society Press，1998：69－73.

［5］ SHI Y H，EBERHART R C. Empirical Study of Particle Swarm Optimization［C］// Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. New York：IEEE Computer Society Press，1999：1945－1950.

［6］ CLERC M. The Swarm and the Queen：Towards a Deterministic and Adaptive Particle Swarm Optimization［C］// Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. New York: IEEE Computer Society Press, 1999: 1951－1957.

[7] EBERHART R C, SHI Y. Comparing Inertia Weights and Constriction Factors in Particle Swarm Optimization [C]// 2000 Congress on Evolutionary Computing. New York: IEEE Computer Society Press, 2000: 84－88.

[8] CARLISLE A, DOZIER G. An off-the-shelf PSO [EB/OL]. (2001－05－03)[2008－05－03]. http://antho.huntingdon.edu/publications/Off－The－Shelf_PSO.pdf.

[9] FAN Shu-kai, LIANG Yun-chi, ZAHARA E. Hybrid Simplex Search and Particle Swarm Optimization for the Global Optimization of Multimodal Functions [J]. Engineering Optimization, 2004, 36(4): 401－418.

[10] 曾建潮，介 婧，崔志华. 微粒群算法[M]. 北京：科学出版社，2004.

Adaptive Particle Swarm Optimization with Diversity Strategy

XIAO Li

Department of Computer Science, Chongqing Education College, Chongqing 400067, China

Abstract: In this paper, an adaptive particle swarm optimization algorithm combined with diversity strategy is proposed. During the searching process, the local search operator that can vary the size of the search area adaptively in response to the state of the population is used to enforce the local search ability of particle swarm, and a non-optimal particle may guide the search direction of the swarm. The performance of the algorithm is validated on many benchmark functions, and the results show that this method can achieve higher success ratio and better solution quality, especially it is a promising way for multimodal functions optimization.

Key words: particle swarm optimization; local search; diversity

责任编辑 张 枸