文章编号:1000－5471(2011)02－0028－04

新弱化缓冲算子的构造及其运用[①]

罗　丹

百色学院 数学与计算机信息工程系，广西 百色 533000

摘要： 将已有的弱化缓冲算子进行一些简单的数学运算后构造出新的弱化缓冲算子. 在预测工作中如果系统行为数据出现前阶段增长（衰减）速度过快而后阶段增长（衰减）速度过慢的，以文章所构造的弱化缓冲算子再建模预测能使预测精度有显著提高，预测值也能更好的逼近观测值.

关　键　词： 缓冲算子；弱化缓冲算子；构造方法

中图分类号：N94　　　　**文献标志码：A**

在对实际问题的预测工作中，往往以实际问题为出发点选择最优模型来预测，预测的方法是多样的. 有时尽管模型最优，方法也很先进，但预测效果并不理想，其主要原因是因为系统行为数据本身受到某种冲击波的干扰而不能正确反映系统的真实变化规律[1].

为解决上述问题，刘思峰等众多学者从不同的角度构造出一系列的缓冲弱化算子，在一定程度上解决了建模预测过程中的定量预测与定性分析结论不符的问题. 但在实际问题中仅有这些还远远不够，故对缓冲算子构造方法的研究是非常有价值的. 本文在上述工作的基础上，将已有的弱化缓冲算子进行一些简单的数学运算后构造出新的弱化缓冲算子，在预测工作中如果系统行为数据出现前阶段增长(衰减)速度过快而后阶段增长(衰减)速度过慢的，以文章所构造的弱化缓冲算子再建模预测能使预测精度有显著提高，预测值也能更好的逼近观测值.

1　新弱化缓冲算子的构造

设原始数据序列 $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$，令 $XD_i=(x(1)d_i,x(2)d_i,\cdots,x(n)d_i)$，$i=1,2,3,4$，其中

$$x(k)d_1=\frac{1}{n-k+1}[x(k)+x(k+1)+\cdots+x(n)]$$

$$x(k)d_2=\frac{kx(k)+(k+1)x(k+1)+\cdots+nx(n)}{(n-k)(n-k+1)/2}$$

$$x(k)d_3=x(k)\left(\frac{x(n)}{x(k)}\right)^{\frac{1}{n-k+1}}\qquad x(k)d_4=\sqrt{x(k)x(n)}\qquad k=1,2,\cdots,n$$

文献[1－3]已证明：当 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时，$D_i(i=1,2,3,4)$ 皆为弱化算子.

定理 1　设 $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$ 为系统原始行为数据序列，令 $XD_5=(x(1)d_5,x(2)d_5,\cdots,x(n)d_5)$，其中 $x(k)d_5=\dfrac{\sum_{i=0}^{n-k}(n+3k+2i)x(k+i)}{2(n+k)(n-k+1)}$，$k=1,2,\cdots,n$. 则当 X 为单调增长序列、单调衰减序

① 收稿日期：2010－05－07
作者简介：罗　丹(1976－)，女，广西巴马人，讲师，主要从事灰色系统理论及其应用的研究.

列或振荡序列时，D_5 皆为弱化算子.

证　容易证明，D_5 满足缓冲算子三公理

$$x(k)d_5=\frac{\sum_{i=0}^{n-k}(n+3k+2i)x(k+i)}{2(n+k)(n-k+1)}=$$

$$\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{n-k+1}[x(k)+x(k+1)+\cdots+x(n)]+\frac{kx(k)+(k+1)x(k+1)+\cdots+nx(n)}{(n-k)(n-k+1)/2}\right\}=$$

$$\frac{1}{2}[x(k)d_1+x(k)d_2]$$

1）当 X 为单调增长序列时，D_1,D_2 为弱化缓冲算子，则 $x(k)\leqslant x(k)d_1$，$x(k)\leqslant x(k)d_2$，故 $x(k)\leqslant\frac{1}{2}(x(k)d_1+x(k)d_2)=x(k)d_5$，即 D_5 为弱化缓冲算子.

2）当 X 为单调衰减序列时，D_1,D_2 为弱化缓冲算子，则 $x(k)\geqslant x(k)d_1$，$x(k)\geqslant x(k)d_2$，故 $x(k)\geqslant\frac{1}{2}(x(k)d_1+x(k)d_2)=x(k)d_5$，即 D_5 为弱化算子.

3）当 X 为振荡序列时，D_1，D_2 为弱化缓冲算子，则

$$\max_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)\}\geqslant\max_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)d_1\},\ \max_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)\}\geqslant\max_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)d_2\}$$

$$\max_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)\}\geqslant\max_{1\leqslant k\leqslant n}\left\{\frac{1}{2}[x(k)d_1+x(k)d_2]\right\}=\max_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)d_5\}$$

同理可证 $\min_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)\}\leqslant\min_{1\leqslant k\leqslant n}\{x(k)d_5\}$.

定理 1 得证.

定理 2　设 $X=(x(1),x(2),\cdots,x(n))$ 系统原始行为数据序列，令 $XD_6=(x(1)d_6,x(2)d_6,\cdots,x(n)d_6)$，$x(k)>0$，$k=1,2,\cdots,n$，其中

$$x(k)d_6=\sqrt{x(k)(x(k)x(n))^{\frac{n-k-1}{2(n-k+1)}}(x(k))^{\frac{4}{2(n-k+1)}}}=\sqrt{x(k)\left(\frac{x(n)}{x(k)}\right)^{\frac{1}{n-k+1}}\sqrt{x(k)x(n)}}=\sqrt{x(k)d_3\cdot x(k)d_4}$$

则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时，D_6 皆为弱化算子.

证　当 X 为单调增长序列时，D_1,D_2 为弱化缓冲算子，且 $x(k)>0$，则 $x(k)d_3>0$，$x(k)d_4>0$，$x(k)\leqslant x(k)d_3$，$x(k)\leqslant x(k)d_4$，故 $x(k)\leqslant\sqrt{x(k)d_3\cdot x(k)d_4}=x(k)d_6$. 即 D_6 为弱化算子.

同理可证得 X 为单调衰减序列或振荡序列时，D_6 皆为弱化算子.

定理 2 得证.

由定理 1,2 易得如下推论：

推论　对定理 2 中定义的弱化算子 D_6，令 $XD_6^2=XD_6D_6=(x(1)d_6^2,x(2)d_6^2,\cdots,x(n)d_6^2)$，其中

$$x(k)d_6^2=\sqrt{x(k)d_6\cdot[x(k)d_6\cdot x(n)d_6]^{\frac{n-k-1}{2(n-k+1)}}\cdot(x(k)d_6)^{\frac{4}{2(n-k)}}}\qquad k=1,2,\cdots,n$$

则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时，D_6^2 皆为二阶弱化算子.

2　实例分析

例 1　利用文献[4]中 2003—2007 年某市房地产总值数据作为原始数据序列(表 1).

表 1　某市房地产总值数据

年份	2003	2004	2005	2006	2007
数据	901	1 175	1 246	1 275	1 307

从原始数据上看，房地产总值增长率分别为 30.4%,6.1%,2.5%,2.5%，显然前阶段增长速度过快，后阶段增长速度较慢.

采用本文构造的弱化算子 D_5，以 2003—2007 年作为原始数据建立如下预测模型：

1) 无缓冲算子作用直接建立 GM(1，1) 模型为 $\hat{x}(k+1)=28\ 718.705\mathrm{e}^{-0.040\,3k}-2\ 787.705$.

2) 缓冲算子 D_5 作用后建立的 GM(1，1) 模型为 $\hat{x}(k+1)=82\ 759.5286\mathrm{e}^{0.014\,863k}-81\ 580.45$.

通过上述 GM(1，1) 模型得到平均相对误差和预测值(表 2).

表 2　两种模型相对误差及预测值的比较

缓冲算子	平均相对误差	预测值(2007 年)
无	0.788	1 344
D_5	0.18	1 295.78

由表 2 知，原始数据经过缓冲算子 D_5 作用后的平均相对误差比原始序列直接建模的平均相对误差小，模拟精度显著提高，且经过缓冲算子 D_5 作用后的预测值 1 295.78 比无缓冲算子作用更逼近观测值.

例 2　选取文献[4] 中 2000—2006 年中国城镇登记失业人数为原始数据序列(表 3).

表 3　中国城镇登记失业人数

年份	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
人数 / 万人	595	681	770	800	827	839	847

计算失业增长率分别为 14.454%,13.069%,3.896%,3.375%,1.451%,0.954%，显然前阶段增长速度过快，后阶段增长速度过慢.

以本文构造的缓冲算子 D_6 对 2000—2005 年的原始数据进行一阶、二阶弱化处理，建立 GM(1，1) 来预测 2006 年失业人数，预测模型如下：

无缓冲算子作用的 GM(1，1) 模型为

$$\hat{x}(k+1)=14\ 912.796\mathrm{e}^{-0.0466\,4k}-14\ 317.796$$

缓冲算子 D_6 作用后建立的 GM(1，1) 模型为

$$\hat{x}(k+1)=24\ 387.134\ 2\mathrm{e}^{-0.030\,5k}-23\ 719.956$$

缓冲算子 D_6^2 作用后建立的 GM(1，1) 模型为

$$\hat{x}(k+1)=77\ 094.798\ 55\mathrm{e}^{-0.010\,433k}-76\ 314.138\ 6$$

通过上述 GM(1，1) 模型得到平均相对误差和预测值见表 4.

表 4　弱化缓冲算子作用后的相对误差及预测值

缓冲算子	平均相对误差	预测值(2006 年)
无	2.64	899
D_6	1.80	879
D_6^2	0.448	851

由表 4 可知，经过 D_6 作用后预测精度有显著提高，但预测值没有很好逼近观测值，于是对其进行二阶弱化. 经过 D_6^2 作用后，预测精度有显著提高，预测值也更好地逼近观测值.

3　结　　论

对已有弱化缓冲算子进一步改进从而构造出新的弱化缓冲算子. 实例验证表明，对原始数据中前半部增长速度过快，后半部分增长速度过慢的实际问题，经过本文构造的 D_5,D_6 算子作用后能有效地消除原始数据序列中的冲击扰动因素的干扰，预测精度有显著提高，预测值也更好地逼近观测值.

参考文献：

[1] 刘思峰，谢乃明. 灰色系统理论及其应用 [M]. 4 版. 北京：科学出版社，2008：26－32.

[2] 崔立志，刘思峰，吴正朋. 关于新的弱化缓冲算子的研究及其应用 [J]. 控制与决策，2009，24(8)：1252－1256.

[3] 崔　杰，党耀国. 一类新的弱化缓冲算子的构造及其应用 [J]. 控制与决策，2008，23(7)：741－750.

[4] 吴正朋，刘思峰，崔立志. 基于不动点的弱化缓冲算子的研究 [J]. 控制与决策，2009，24(12)：805－815.

[5] 邓聚龙. 灰预测与灰决策 [M]. 武汉：华中科技大学出版社，2002：71－88.

[6] 魏　勇，孔新海. 几类强弱缓冲算子的构造方法及其内在联系 [J]. 控制与决策，2010，25(2)：196－202.

[7] 刘思峰. 冲击扰动系统预测陷阱与缓冲算子 [J]. 华中理工大学学报：自然科学版，1997，25(1)：25－27.

[8] 谢乃明，刘思峰. 一种新的弱化缓冲算子 [J]. 中国管理科学，2003，11(增)：46－48.

[9] 党耀国，刘思峰，刘　斌，等. 关于弱化缓冲算子的研究 [J]. 中国管理科学，2004，12(2)：108－111.

[10] 关叶青，刘思峰. 关于弱化缓冲算子序列的研究 [J]. 中国管理学，2007，15(4)：89－92.

[11] 关叶青，刘思峰. 强化缓冲算子序列与 m 阶算子作用研究 [J]. 云南师范大学学报：自然科学版，2007，27(1)：32－35.

The Structure of New Weakening Buffer Operator and Its Application

LUO　Dan

Department of Mathematics and Computer Information Engineering，*Baise University*，*Baise Guangxi 533000*，*China*

Abstract：The weakening of the buffer operator has some simple mathematical operations weakening after the construct a new operator，in forecasting the data if the system behavior before the onset phase of growth (decay) stage and then grow too fast (decay) rate is too slow to post the weakening of the structural re－modeling prediction buffer operator can significantly improve forecast accuracy，predictive value can be a better approximation of observations.

Key words：buffer operators；weakening buffer operator；contructing method

责任编辑　张　枸