文章编号:1000-5471(2011)01-0001-05

条件 c-次正规与有限群的可解性[①]

车　杰，　曹洪平

西南大学 数学与统计学院，重庆 400715

摘要：称有限群 G 的子群 H 为 G 的条件 c-次正规子群，如果 G 有正规子群 K，使得 $HK \trianglelefteq G$，且 $H \cap K \leqslant H_{sG}$. 利用极大子群和 Hall-子群之间的联系，在满足条件 c-次正规时给出了有限群可解的若干条件，并给出了一个群为可解群的若干充分条件.

关　键　词：条件 c-次正规子群； 极大子群； Hall-子群； 可解群

中图分类号：O152.1　　**文献标志码**：A

1996 年，文献[1]引入了 c-正规子群的概念，给出了正规性的一种推广. 2008 年，文献[2]引入了条件 c-正规子群的概念，并举例说明了子群条件 c-正规不能推出 c-正规. 后来，人们从不同角度对正规性进行了推广，借助各种广义正规性概念得到了许多有趣的结果. 本文将削弱条件 c-正规子群的条件，引入条件 c-次正规子群，利用极大子群和 Hall-子群的条件 c-次正规性来研究群的可解性.

文中的群 G 都是有限群，其中 H_G 为包含在 H 中的 G 的最大正规子群. H_{sG} 为包含在 H 中的 G 的最大的次正规子群. 若 M 为 G 的极大子群，则记为 $M \lessdot G$. $H \ltimes K$ 表示 H 与 K 的半直积，且 $K \trianglelefteq HK$. 其它概念和符号都是标准的，具体可以参见文献[3].

定义 1　称有限群 G 的子群 H 为 G 的条件 c-次正规子群，如果 G 有正规子群 K，使得 $HK \trianglelefteq G$，且 $H \cap K \leqslant H_{sG}$.

显然，条件 c-正规是条件 c-次正规，反之不然. 事实上，对于 $D_8 = \langle a \rangle \ltimes \langle h \rangle$，其中 $|a|=2$，$|h|=4$. 令 $H=\langle a \rangle$，则存在 G 中极大子群 K 且 $K \trianglelefteq G$，使得 $H \leqslant K$. 于是 $HK = K \trianglelefteq G$，且 $H \cap K = H \trianglelefteq\trianglelefteq G$，从而 $H \cap K \leqslant H_{sG}$. 显然 $H \cap K = H \not\leqslant H_G$. 因此 H 是条件 c-次正规子群，但 H 不是条件 c-正规子群.

性质 1　设 G 为有限群，$H \leqslant G$，则

(1°) 若 $H \leqslant K \leqslant G$ 且 H 条件 c-次正规于 G，则 H 条件 c-次正规于 K.

(2°) 若 $L \trianglelefteq G$，$L \leqslant H$，则 H 条件 c-次正规于 G 当且仅当 H/L 条件 c-次正规于 G/L.

证　(1°) 由条件知：存在 $T \trianglelefteq G$，使得 $HT \trianglelefteq G$，且 $H \cap T \leqslant H_{sG}$. 显然有 $T \cap K \trianglelefteq K$，且

$$H(T \cap K) = HT \cap K \trianglelefteq K$$

又因为 $H \cap T \trianglelefteq\trianglelefteq G$，则 $(H \cap T) \cap K \trianglelefteq\trianglelefteq K$，即 $H \cap (T \cap K) \trianglelefteq\trianglelefteq K$，所以

$$H \cap (T \cap K) \leqslant H_{sK}$$

H 条件 c-次正规于 K.

① 收稿日期：2010-01-12

基金项目：国家自然科学基金资助项目(10771172).

作者简介：车　杰(1985-)，男，湖南湘潭人，硕士研究生，主要从事有限群论的研究.

通信作者：曹洪平，副教授.

(2°)先证必要性．由条件知：存在$K \trianglelefteq G$，使得$HK \trianglelefteq G$，且$H \cap K \leqslant H_{sG}$．于是

$$KL/L \trianglelefteq G/L \qquad HKL/L \trianglelefteq G/L$$

即$H/L \cdot KL/L \trianglelefteq G/L$．又

$$H/L \cap KL/L = (H \cap KL)/L = L(H \cap K)/L \leqslant H_{sG}L/L \leqslant (H/L)_{s(G/L)}$$

所以H/L条件c-次正规于G/L．

再证充分性．由于H/L条件c-次正规于G/L，所以存在$K/L \trianglelefteq G/L$，使得$H/L \cdot K/L \trianglelefteq G/L$，于是$K \trianglelefteq G$，$HK \trianglelefteq G$．又因为

$$H/L \cap K/L = (H \cap K)/L \trianglelefteq H/L,\ H/L \cap K/L \leqslant (H/L)_{s(G/L)}$$

所以$(H \cap K)/L \trianglelefteq \trianglelefteq G/L$，于是$H \cap K \trianglelefteq \trianglelefteq G$，从而$H \cap K \leqslant H_{sG}$，因此$H$条件$c$-次正规于$G$．

性质2　设π是一个素数集合，T是G的一个正规π'-子群，H是G的π-子群．若H条件c-次正规于G，则HT/T条件c-次正规于G/T．

证　对$|G|$进行归纳．令T_1为G的任意极小正规π'-子群．由于H条件c-次正规于G，所以存在$K \trianglelefteq G$，使得$HK \trianglelefteq G$，且$H \cap K \leqslant H_{sG}$．于是$KT_1/T_1 \trianglelefteq G/T_1$，$HT_1/T_1 \cdot KT_1/T_1 \trianglelefteq G/T_1$．因为$T_1$为$G$的极小正规子群，所以$K \cap T_1 = 1$或$K \cap T_1 = T_1$．

当$K \cap T_1 = T_1$时，由于

$$HT_1/T_1 \cap KT_1/T_1 = (HT_1 \cap K)/T_1 = T_1(H \cap K)/T_1 \leqslant T_1H_{sG}/T_1 \leqslant (HT_1/T_1)_{s(G/T_1)}$$

所以HT_1/T_1条件c-次正规于G/T_1．

当$K \cap T_1 = 1$时，取任意$g \in HT_1 \cap KT_1$，则存在$h \in H$，$k \in K$，$t_1, t_2 \in T_1$，使得$g = ht_1 = kt_2$．又令$k = k_1k_2 = k_2k_1$，其中$k_1, k_2 \in K$，且k_1为π-元素，k_2为π'-元素．则$h = kt_2t_1^{-1} = k_1k_2t_2t_1^{-1}$．因为$K \cap T_1 = 1$，所以$KT_1 = K \times T_1$，于是$[K, T_1] = 1$，从而$k_2t_2t_1^{-1}$为$\pi'$-元素．又由于$h$为$\pi$-元素，所以$h = k_1$，$g = ht_1 = k_1t_1 \in (H \cap K)T_1$，因此$HT_1 \cap KT_1 \leqslant (H \cap K)T_1$．所以

$$HT_1/T_1 \cap KT_1/T_1 = (H \cap K)T_1/T_1 \leqslant H_{sG}T_1/T_1 \leqslant (HT_1/T_1)_{s(G/T_1)}$$

从而HT_1/T_1条件c-次正规于G/T_1．由归纳可得$(HT_1/T_1)(T/T_1)/(T/T_1)$条件$c$-次正规于$(G/T_1)/(T/T_1)$，于是$HT/T$条件$c$-次正规于$G/T$．

性质3　设G为有限群，$H \leqslant G$．若H条件c-正规于G，则H条件c-次正规于G．

证　由定义1知结论成立．

性质4　设G为有限群，H为Hall-π子群，且H条件c-次正规于G，则H条件c-正规于G．

证　由H条件c-次正规于G知：存在$K \trianglelefteq G$，使得$HK \trianglelefteq G$，且$H \cap K \leqslant H_{sG} \leqslant H$．因为$H \cap K \trianglelefteq H$，所以$H \cap K \trianglelefteq H_{sG} \trianglelefteq \trianglelefteq G$，从而$H \cap K \trianglelefteq \trianglelefteq G$，于是$H \cap K \trianglelefteq \trianglelefteq K$．由于$K \trianglelefteq G$，所以$H \cap K$也是$K$的Hall-$\pi$子群．又$H \cap K \trianglelefteq K$，于是$H \cap K$ char $K \trianglelefteq G$，所以$H \cap K \trianglelefteq G$，因此$H \cap K \leqslant H_G$，从而$H$条件$c$-正规于$G$．

定理1　G中每个极大子群都在G中条件c-次正规当且仅当G可解．

证　*充分性*　因为G可解，所以G中的每一个极大子群都条件c-正规，由性质3知结论成立．

必要性　假设G为极小阶反例．显然单群不满足定理条件，因此G不是单群．

设K为G的极小正规子群，因为定理条件是商群遗传的，所以K不可解．

若G还有异于K的极小正规子群K_1，则由G的极小性知G/K和G/K_1都可解，从而$G/(K \cap K_1) = G$也可解，矛盾．所以K是G的唯一极小正规子群．

又设L为G的极小次正规子群，则$L \cap K = 1$或$L \cap K = L$．

当$L \cap K = 1$时，由文献[4]知，$LK = L \times K$，从而$L \leqslant C_G(K)$，所以由K的极小性知：$K \leqslant C_G(K)$．K可解，矛盾．于是$L \cap K = L$，从而G中所有极小次正规子群都含在K中．又因为K为G的不可解极小正规子群，所以$K = K_1 \times K_2 \times \cdots \times K_r$，$K_i$为非交换单群，$i = 1, 2, \cdots, r$．若还有异于$K_i$的$G$的极小次正规子群$K_m$，如果$K_m \cap K_j = 1$，对$\forall 1 \leqslant j \leqslant r$，那么

$$K=K_1\times K_2\times\cdots\times K_r=\langle K_1,K_2,\cdots,K_r\rangle=\langle K_1,K_2,\cdots,K_r,K_m\rangle$$

这与 $|K|$ 矛盾. 于是存在 $K_j(1\leqslant j\leqslant r)$，使得 $K_j\cap K_m\neq 1$，即 $K_j=K_m$. 显然有 $K\not\leqslant\Phi(G)$，于是存在 $M\lessdot G$，使得 $MK=G$，且 $K\not\leqslant M$. 由 K 的极小性和唯一性知：$M_G=1$. 任取 $T\lessdot G$，$T_G=1$，得 $G=KT$ 且 $K\not\leqslant T$. 由条件知：存在 $S\trianglelefteq G$，使得 $ST\trianglelefteq G$，且 $S\cap T\leqslant T_{sG}$，则 $K\cap S=1$ 或 $K\cap S=K$. 若 $K\cap S=1$，则 $KS=K\times S$，$S\leqslant C_G(K)$. 由 K 的极小性知：$K\leqslant C_G(K)$，K 可解，矛盾. 若 $K\cap S=K$，即 $K\leqslant S$，则 $KT=ST=G$. 若 $S\cap T\neq 1$，则根据文献[4]知，$T_G\neq 1$，矛盾. 又由于 $K_1,K_2,\cdots,K_r$ 为的 G 全部极小次正规子群，不妨设 $K_1\leqslant K\leqslant S$，则 $|K_1|$ 整除 $|S|=|G:T|$，从而存在一个素数整除每一个无核极大子群在 G 中的指数. 由文献[5]知：K 可解，矛盾. 因此极小阶反例不存在，结论成立.

定理 1 是对文献[2]中定理 1 的推广.

定理 2　设 H 为 G 的可解 Hall-π 子群，且 $2\in\pi$. 如果 H 在 G 中条件 c-次正规，则 G 是可解群.

证　由条件知，存在 $K\trianglelefteq G$，使得 $HK\trianglelefteq G$，且 $H\cap K\leqslant H_{sG}$.

当 $H\cap K\neq 1$ 时，由于 $(H\cap K)\trianglelefteq H$，$(H\cap K)\trianglelefteq H_{sG}\trianglelefteq\trianglelefteq G$，所以 $(H\cap K)\trianglelefteq\trianglelefteq K$. 因为 $H\cap K$ 为 K 的 Hall-π 子群，则由文献[6]知：$(H\cap K)\trianglelefteq K$，所以 $(H\cap K)$ char $K\trianglelefteq G$，即 $(H\cap K)\trianglelefteq G$. 由性质 1 知：$H/(H\cap K)$ 条件 c-次正规于 $G/(H\cap K)$. 又由于 $H/(H\cap K)$ 为 $G/(H\cap K)$ 的可解 Hall-π 子群，则对 $|G|$ 归纳知：$G/(H\cap K)$ 可解. 又因为 H 可解，所以 $H\cap K$ 可解，于是 G 可解.

当 $H\cap K=1$ 时，若 $HK<G$，则对 $|G|$ 用归纳法知：HK 可解. 由于 $2\in\pi$，由文献[3]知：G/HK 可解，从而 G 可解. 若 $HK=G$，则 $G/K=HK/K=H/(H\cap K)=H$，从而 G/K 可解. 又因为 K 为奇阶群，所以 K 可解，于是 G 可解.

推论 1　设 H 为 G 的 Sylow-2 子群，如果 H 在 G 中条件 c-次正规，那么 G 可解.

定理 2 是对文献[7]定理 1 的推广.

接下来考虑定理 2 中的 Hall-π 子群的极大子群条件 c-次正规是否可以使 G 可解.

定理 3　设 H 为 G 的可解 Hall-π 子群，$2\in\pi$. 若 H 中指数为 2 的极大子群在 G 中条件 c-次正规，则 G 可解.

证　令 $M\lessdot H$ 且 $|H:M|=2$，则 $M\trianglelefteq H$. 由条件知，存在 $K\trianglelefteq G$，使得 $MK\trianglelefteq G$，且

$$(M\cap K)\leqslant M_{sG}\trianglelefteq\trianglelefteq G$$

(1) 当 $M\cap K=1$ 时，有 $MK=M\ltimes K$.

(1.1) 当 $MK=G$ 时，由于 $G/K\cong M$，所以 G/K 可解. 因为 $|H:M|=2$，所以 $|K|=2m$，m 为奇数，于是 K 可解，从而 G 可解.

(1.2) 当 $MK<G$ 时，因为 $|H:M|=2$，H 为 G 的 Hall-π 子群，且 $2\in\pi$，所以 $|K|$ 要么为奇数，要么为 $2n$ (n 为奇数). 于是 K 可解，从而 MK 可解. 由于 $|G/MK|=2t$，t 为奇数，所以 G/MK 可解，因此 G 可解.

(2) 当 $M\cap K\neq 1$ 时，则 $M_{sG}\neq 1$ 且 $H\cap K\neq 1$.

(2.1) 当 $MK=G$ 时，则 $HK=G$.

若 $|K|<|G|$，因为 $G/K\cong M/(M\cap K)\cong H/(H\cap K)$，且 $|H:M|=2$，所以

$$|H\cap K:M\cap K|=2$$

于是 $M\cap K$ 为 $H\cap K$ 的极大子群. 又因为

$$K\trianglelefteq K\qquad (M\cap K)K\trianglelefteq K$$

$$(M\cap K)\cap K=M\cap K\leqslant M_{sG}\qquad M\cap K\trianglelefteq M_{sG}\trianglelefteq\trianglelefteq G$$

所以 $(M\cap K)\cap K\trianglelefteq\trianglelefteq K$. 因此 $(M\cap K)\cap K\leqslant K_{sG}$，于是 $M\cap K$ 条件 c-次正规于 K. 因为 $H\cap K$ 为 K 的 Hall-π 子群，所以由归纳法知：K 可解，从而 G 可解.

若 $|K|=|G|$，此时 $K=G$. 命题变成：H 为 G 的可解 Hall-π 子群，$2\in\pi$，M 为 H 的指数为 2 的极大子群，且 $M\trianglelefteq\trianglelefteq G$，则由文献[8]知：$G$ 可解.

(2.2) 当 $MK < G$ 时，由于

$$|H \cap MK| = |M(H \cap K)| = |M||H \cap K| / |M \cap (H \cap K)| = |M||(H \cap K)/(M \cap K)|$$

且 $|H : M| = 2$，所以 $|(H \cap K)/(M \cap K)|$ 等于1或2.

若 $|(H \cap K)/(M \cap K)| = 1$，则 $H \cap K = M \cap K$. 因为 $H \cap MK$ 是 MK 的可解 Hall-π 子群，且

$$H \cap MK = M(H \cap K) = M(M \cap K) = M$$

所以 M 也是 MK 的可解 Hall-π 子群. 由性质1知，M 条件 c-次正规于 MK，则由定理2知：MK 可解. 又显然有 G/MK 可解，因此 G 可解.

若 $|(H \cap K)/(M \cap K)| = 2$，显然 $|K| < |G|$，同样用(2.1)中的方法可知：K 可解. 由于 $MK/K \cong M/(M \cap K)$，且 M 可解，则 MK/K 可解，因此 MK 可解. 又因为 G/MK 可解，所以 G 可解.

定理4 设 G 是有限群，M 为 G 的极大子群. $T \in \mathrm{Syl}_2(M)$，$T \trianglelefteq M$. 若 T 在 G 中条件 c-次正规，则 G 可解.

证 由于 $T \trianglelefteq M$，所以 $M \leqslant N_G(T)$. 又因为 $M \lessdot G$，因此 $N_G(T) = G$ 或 $N_G(T) = M$.

(1) 当 $N_G(T) = G$ 时，M/T 为 G/T 的极大子群. 显然有1为 M/T 的 Sylow-2 子群，$1 \trianglelefteq G/T$ 且1条件 c-次正规于 G/T，则对 $|G|$ 归纳知：G/T 可解. 又因为 T 可解，所以 G 可解.

(2) 当 $N_G(T) = M$ 时，由于 $T \in \mathrm{Syl}_2(M)$，则存在 $G_2 \in \mathrm{Syl}_2(G)$，使得 $T \leqslant G_2$.

若 $T < G_2$，则 $T < N_{G_2}(T) = G_2 \cap N_G(T) = T$，矛盾. 从而 $T = G_2$，于是 T 为 G 的 Sylow-2 子群. 由条件知：存在 $K \trianglelefteq G$，使得 $TK \trianglelefteq G$，且 $T \cap K \leqslant T_{sG} \trianglelefteq\trianglelefteq G$.

(2.1) 当 $T \cap K \neq 1$ 时，由于 $T \cap K$ 为 K 的 Sylow-2 子群，且 $T \cap K \trianglelefteq\trianglelefteq G$，则由文献[6]知：$T \cap K \trianglelefteq K$. 从而 $T \cap K$ char $K \trianglelefteq G$，于是 $T \cap K \trianglelefteq G$，因此 $M/(T \cap K)$ 为 $G/(T \cap K)$ 的极大子群. 进一步，因为 $T/(T \cap K)$ 为 $M/(T \cap K)$ 的 Sylow-2 子群，所以对 $|G|$ 归纳知：$G/(T \cap K)$ 可解. 又由于 $T \cap K$ 可解，所以 G 可解.

(2.2) 当 $T \cap K = 1$ 时，由于 $T \in \mathrm{Syl}_2(G)$，且 $K \trianglelefteq G$，则对于 G 的任意一个 Sylow-2 子群 G_2，都有 $G_2 \cap K = 1$，于是 $|K|_2 = 1$，从而 K 为奇阶群，因此 K 可解. 又因为 $M \lessdot G$，$K \trianglelefteq G$，所以 $KM = M$ 或 $KM = G$.

若 $KM = M$，则 TK/K 为 M/K 的 Sylow-2 子群，且 M/K 为 G/K 的极大子群. 由性质2知：TK/K 在 G/K 中条件 c-次正规，则对 $|G|$ 归纳知：G/K 可解，于是 G 可解.

若 $KM = G$，则 $G/K = KM/K \cong M/(M \cap K)$. 由文献[7]知：$M$ 可解，于是 G/K 可解，从而 G 可解.

推论2 设 G 是有限群，M 为 G 的极大子群，p 是 $\pi(G)$ 中最小素数，$T \in \mathrm{Syl}_p(M)$，$T \trianglelefteq M$. 若 T 在 G 中条件 c-次正规，则 G 可解.

定理5 设 G 是有限群，$M \lessdot G$，$T \in \mathrm{Syl}_p(M)$，p 是奇数，且 $|M : T| = r$ (r 为 $\pi(G)$ 中最小素数). 若 T 在 G 中条件 c-次正规，则 G 可解.

证 当 $N_G(T) = G$ 时，仿定理4证明的(1)可证.

当 $N_G(T) = M$，且 $T \cap K \neq 1$ 时，仿定理4证明的(2.1)可证.

下面只需证明当 $T \cap K = 1$ 时的情形.

由 T 是 G 的 Sylow-p 子群，$K \trianglelefteq G$，且 $T \cap K = 1$ 知：K 是 p'-群.

(a) 当 $TK = G$ 时，$MK = G$. 由定理条件知：$|M| = rp^t$，p 为奇数，M 为可解群.

若 $M \cap K = 1$，则由 $G = TK$ 知：K 为 G 的 Hall-p' 子群，于是 M 为 G 的 Sylow-p 子群，从而 $M = T$，这与 $|M : T| = r$ 为素数矛盾.

若 $M \cap K \neq 1$，则 $M \cap K \trianglelefteq M$，于是 $M = (M \cap K) \times T$. 若 r 为奇数，则 M 为奇阶幂零的极大子群. 由文献[9]知：G 可解. 若 $r = 2$，由于 $G = KT$，且 $K \cap T = 1$，则 K 为 $2'$-群，于是 K 可解. 因为 $G/K \cong$

T，所以 G/K 可解，于是 G 可解.

(b) 当 $TK < G$ 时，由于 $G=MK$，则 $G/K=MK/K\cong M/(M\cap K)$ 可解. 又由于 $|M:T|=r$ 且 K 为 p'-群，则 $|M\cap K|=1$ 或 $|M\cap K|=r$. 因为 $TK<G$，且 $TK\trianglelefteq G$，所以

$$|G/KT|=|MK|/|TK|=|M|/(|T||M\cap K|)=r/|M\cap K|$$

于是 $|M\cap K|=1$，因此 $G=M\ltimes K$. 由于 $K\trianglelefteq KT\trianglelefteq G$ 且 $K\trianglelefteq G$，则可取 G 的包含在 KT 中的极小正规子群 N，由 N 的极小性知：$K\cap N=1$ 或者 $K\cap N=N$.

当 $K\cap N=1$ 时，由于 K 是 KT 的正规 Hall-p' 子群，则 N 为 p-群，于是 N 可解. 从而存在 KT 的 Sylow-p 子群 T_1，使得 $N\leqslant T_1$. 又由 N 的正规性知：$N\leqslant T$. 因为

$$(M/N)\cap(KN/N)=(M\cap NK)/N=N(M\cap K)/N=1$$

所以 $G/N=M/N\ltimes KN/N$. 由于 M/N 为 G/N 的极大子群，T/N 为 M/N 的 Sylow-p 子群，且

$$|M/N:T/N|=|M:T|=r$$

并有 T/N 在 G/N 中条件 c-次正规，则对 $|G|$ 归纳知：G/N 可解，因此 G 可解.

当 $K\cap N=N$ 时，即 $N\leqslant K$. 显然 $N\cap M=1$，由文献[10] 知：G 是可解群.

参考文献：

[1] WANG Yang-ming. c-Normality of Groups and its Properties [J]. J Algebra, 1996, 180: 954－956.

[2] 郭静安，钟祥贵. 条件 c-正规子群对有限群结构的影响 [J]. 河南师范大学学报：自然科学版，2008，36(5)：24－26.

[3] 徐明曜. 有限群导引(上册) [M]. 2 版. 北京：科学出版社，1999：62－75.

[4] 刘晓蕾. 关于有限群的 c-正规性的几点注记 [J]. 山东大学学报：理学版，2008，43(10)：18－20.

[5] BAER R. Classes of Finite Groups and its Properties [J]. Illinois J Math, 1957(1): 115－187.

[6] 刘　熠. 弱 c-正规子群与有限群的可解性 [J]. 内江师范学院学报，2005，21(2)：24－26.

[7] 张新建，朱路进，朱晓星. 子群 c-正规性对群结构的影响 [J]. 扬州大学学报：自然科学版，2002，5(2)：5－7.

[8] 郭鹏飞. 子群次正规对有限群结构的影响 [J]. 数学研究，2006，39(1)：83－88.

[9] ROBINSON D J S. A Coures in the Theory of Groups [M]. New York: Springer-Verbeg, 1982: 294.

[10] GUO Xiu-yun, Shum K P. Cover-Avoidance Properties and the Sturcture of Finite Groups [J]. J Pure Appl Algebra, 2003, 80: 561－569.

[11] 冯爱芳，段泽勇. 仅含两个非次正规子群共轭类的有限群 [J]. 西南师范大学学报：自然科学版，2008，33(5)：7－10.

[12] 陈彦恒，曹洪平. 各阶非平凡子群的个数为 p+1 的 p-群的完全分类 [J]. 西南大学学报：自然科学版，2007，29(2)：11－14.

[13] 曹　慧，曹洪平. 非交换图与群的结构 [J]. 西南大学学报：自然科学版，2008，30(8)：1－4.

Conditional c-Subnormality and Solvability of Finite Group

CHE　Jie，　CAO Hong-ping

School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing 400715, China

Abstract: A subgroup H of a group G is said to conditional c-subnormal in G if there exists a normal subgroup K of G such that $HK\trianglelefteq G$ with $H\cap K\leqslant H_{sG}$. With conditional c-subnormal subgroups, some sufficient conditions of solvable group are obtained and some results of related papers are generalized by the use of relations between maximum group and Hall-subgroup in this paper.

Key words: conditional c-subnormal subgroup; maximum subgroup; Hall-subgroup ; solvable group

责任编辑　覃吉康