第 37 卷　第 4 期　　西南师范大学学报(自然科学版)　　2012 年 4 月
Vol. 37　No. 4　　Journal of Southwest China Normal University (Natural Science Edition)　　Apr.　2012

文章编号:1000－5471(2012)04－0034－05

非线性可拉伸梁方程的一致吸引子①

李志宇，　马巧珍

西北师范大学 数学与信息科学学院，兰州 730070

摘要： 利用一致条件(C)证明了更广泛的非自治可拉伸梁方程在弱拓扑空间和强拓扑空间中一致吸引子的存在性.

关　键　词： 梁方程；一致条件(C)；一致吸引子

中图分类号：O175.7　　　　**文献标志码：A**

假设 Ω 是 $\mathbf{R}^2$ 中具有光滑边界 $\partial\Omega$ 的有界开区域. 本文研究下列非线性梁方程

$$u_{tt}+\alpha\Delta^2 u+\gamma\Delta^2 u_t-(\beta+k\|\nabla u\|^2)\Delta u+\delta|u|^r u+g(u)=h(x,t)\qquad x\in\Omega \tag{1}$$

$$u=\Delta u=0\qquad x\in\partial\Omega \tag{2}$$

$$u(x,\tau)=u_\tau(x)\qquad u_t(x,\tau)=p_\tau(x)\qquad x\in\Omega \tag{3}$$

一致吸引子的存在性，其中 α,β,γ,r 及 k 均为正常数. 当 $\gamma=\delta=0$，$g,h\equiv 0$ 时，方程(1) 由 Woinowsky-Krieger 在 1950 年提出，其中未知函数 $u(x,t)$ 描述了可拉伸梁的横向偏斜. 文献[1]讨论了问题(1) 解的存在性、唯一性以及正则性. 随后，文献[2] 利用拓扑方法及半群的弱连续性研究了带阻尼项的推广了的梁方程解的存在性及渐近性. 文献[3－4]获得了自治非线性梁方程(即 $h(x,t)\equiv h(x)$) 在强空间中全局吸引子的存在性. 我们关注的问题是非自治系统(1)－(3) 一致吸引子的存在性，而且所用条件比文献[3－4] 中的条件更弱，我们去掉了一般波方程中的耗散性条件：

$$\liminf_{|s|\to\infty}\frac{sg(s)-C_1G(s)}{s^2}\geqslant 0\qquad \forall s\in\mathbf{R}$$

其中 C_1 是正常数. 类似问题的研究还可参考文献[5－11].

假设非线性项 $g\in C^2(\mathbf{R},\mathbf{R})$ 满足下列条件：

(G_1) $\liminf\limits_{|s|\to\infty}\dfrac{G(s)}{s^2}\geqslant 0$，$G(s)=\int_0^s g(\tau)\mathrm{d}\tau$；

(G_2) $-\varepsilon_1|s|^p-K_1\leqslant g'(s)\leqslant\varepsilon_2|s|^p+K_2$ ($\forall p\geqslant 1$，$\forall s\in\mathbf{R}$，$\forall\varepsilon_1,\varepsilon_2\geqslant 0$).

不失一般性，用$(\cdot,\cdot)$，$|\cdot|$ 和$((\cdot,\cdot))$，$\|\cdot\|$ 分别表示 $L^2(\Omega)$ 和 $H^2(\Omega)\cap H_0^1(\Omega)$ 的内积和范数. 令

$$D(A)=\{u\in H^4(\Omega)\mid u,\Delta u\in H^2(\Omega)\cap H_0^1(\Omega)\}$$

并用 $|A(u)|$ 表示 $D(A)$ 的范数，其中 $Au=\Delta^2 u$.

定理 1[6]　过程族$\{U_\sigma(t,\tau)\}$($\sigma\in\sum$) 在 E 中有紧的一致(关于 $\sigma\in\sum$) 吸引子 $\mathscr{A}_\sum$，满足

$$\mathscr{A}_\sum=\omega_{0,\sum}(B_0)=\omega_{\tau,\sum}(B_0)\qquad\forall\tau\in\mathbf{R}$$

如果$\{U_\sigma(t,\tau)\}$ 有一致有界吸收集 B_0，且满足一致条件(C). 进一步，如果 E 是一致凸 Banach 空间，定理 1 的逆也成立.

① 收稿日期：2011－04－10

基金项目：国家自然科学基金项目(11101334)；甘肃省自然科学基金项目(1107RJZA223).

作者简介：李志宇(1986－)，女，吉林舒兰人，硕士研究生，主要从事无穷维动力系统的研究.

引理 1[7]　如果 $h \in L_{c^*}^2(\mathbf{R}, X)$，则对 $\forall \varepsilon > 0$，$\tau \in \mathbf{R}$，成立

$$\sup_{t \geqslant \tau} \int_\tau^t \mathrm{e}^{-\alpha(t-s)} \| (I - P_m) h(s) \|_X^2 \mathrm{d}s \leqslant \varepsilon$$

其中 α 是正常数，$L_{c^*}^2(\mathbf{R}, X)$ 表示所有满足条件(C^*)的函数集合(具体定义请看文献[7]).

定理 2[4]　假设 h, u_τ, p_τ 满足 $h \in L_{\mathrm{loc}}^2(\mathbf{R}, H)$，$u_\tau \in V$，$p_\tau \in H$，则方程(1)－(3)有唯一解 $u(t) \in C(\mathbf{R}_\tau, V)$，$\partial_t u(t) \in C(\mathbf{R}_\tau, H)$. 其中 $V = H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)$，$H = L^2(\Omega)$.

定理 3　假定条件(G_1)－(G_2)成立，$h_0 \in L_b^2(\mathbf{R}, L^2(\Omega))$，则对应方程(1)－(3)的过程族$\{U_h(t, \tau)\}$($h \in \mathscr{H}(h_0)$)在 E_0 中有一致有界吸收集 B_0，其中 $E_0 = V \times H$.

证　用 $v = u_t + \varepsilon u$ 在 H 中和方程(1)作内积可得

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(|v|^2 + (\alpha - \varepsilon\gamma)\|u\|^2 + \beta|\nabla u|^2 + \frac{k}{2}|\nabla u|^4\right) - \varepsilon|v|^2 + \varepsilon(\alpha - \varepsilon\gamma)\|u\|^2 +$$
$$\varepsilon\beta|\nabla u|^2 + \varepsilon k|\nabla u|^4 + \gamma\|v\|^2 + \varepsilon^2(u, v) + \delta(|u|^r u, v) + (g(u), v) = (h, v) \tag{4}$$

其中

$$\delta(|u|^r u, v) = \frac{\delta}{r+2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_\Omega |u|^{r+2}\mathrm{d}x + \varepsilon\delta\int_\Omega |u|^{r+2}\mathrm{d}x \tag{5}$$

结合条件(G_2)、Poincaré 不等式、Hölder 不等式及 Young 不等式可得

$$-\varepsilon|v|^2 + \varepsilon(\alpha - \varepsilon\gamma)\|u\|^2 + \gamma\|v\|^2 + \varepsilon^2(u, v) \geqslant$$
$$\varepsilon\left(\alpha - \varepsilon\gamma - \frac{\varepsilon}{2\lambda^2}\right)\|u\|^2 + \left(\gamma\lambda^2 - \varepsilon - \frac{\varepsilon^2}{2}\right)|v|^2 \tag{6}$$

$$G(u) = \int_0^u g(s)\mathrm{d}s =$$
$$\int_0^u \left(g(s) + \frac{\varepsilon}{r+1}|s|^{r+1} + K_1|s|\right)\mathrm{d}s - \frac{\varepsilon}{(r+1)(r+2)}|u|^{r+2} - \frac{K_1}{2}|u|^2 \leqslant$$
$$\left(g(u) + \frac{\varepsilon}{r+1}|u|^{r+1} + K_1|u|\right)|u| - \frac{\varepsilon}{(r+1)(r+2)}|u|^{r+2} - \frac{K_1}{2}|u|^2 \tag{7}$$

由(7)式即得

$$G(u) \leqslant g(u)u + \frac{\varepsilon(r+3)}{(r+1)(r+2)}|u|^{r+2} + \frac{3K_1}{2}|u|^2$$

和

$$(g(u), v) \geqslant \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_\Omega G(u)\mathrm{d}x + \varepsilon\int_\Omega G(u)\mathrm{d}x - \frac{\varepsilon^2(r+3)}{(r+1)(r+2)}\int_\Omega |u|^{r+2}\mathrm{d}x - \frac{3K_1\varepsilon}{2}\int_\Omega |u|^2\mathrm{d}x \tag{8}$$

以及

$$(h, v) \leqslant \frac{1}{\gamma\lambda^2}|h|^2 + \frac{\gamma\lambda^2}{4}|v|^2 \tag{9}$$

将(5),(6),(8),(9)式代入(4)式可得

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(|v|^2 + (\alpha - \varepsilon\gamma)\|u\|^2 + \beta|\nabla u|^2 + \frac{k}{2}|\nabla u|^4 + \frac{2\delta}{r+2}\int_\Omega |u|^{r+2}\mathrm{d}x + 2\int_\Omega G(u)\mathrm{d}x\right) +$$
$$\left(\frac{3\gamma\lambda^2}{4} - \varepsilon - \frac{\varepsilon^2}{2}\right)|v|^2 + \varepsilon\left(\alpha - \varepsilon\gamma - \frac{\varepsilon + 3K_1}{2\lambda^2}\right)\|u\|^2 + \varepsilon\beta|\nabla u|^2 + \varepsilon k|\nabla u|^4 +$$
$$\varepsilon\left(\delta - \frac{\varepsilon(r+3)}{(r+1)(r+2)}\right)\int_\Omega |u|^{r+2}\mathrm{d}x + \varepsilon\int_\Omega G(u)\mathrm{d}x \leqslant \frac{1}{\gamma\lambda^2}|h|^2$$

取合适的 ε，使得

$$\frac{3\gamma\lambda^2}{4} - \varepsilon - \frac{\varepsilon^2}{2} \geqslant \frac{\gamma\lambda^2}{2} \qquad \varepsilon\left(\alpha - \varepsilon\gamma - \frac{\varepsilon + 3K_1}{2\lambda^2}\right) \geqslant \frac{3K_1\varepsilon}{2\lambda^2} \qquad \varepsilon\left(\delta - \frac{\varepsilon(r+3)}{(r+1)(r+2)}\right) \geqslant \frac{\delta}{2}$$

于是

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(|v|^2 + (\alpha - \varepsilon\gamma)\|u\|^2 + \beta|\nabla u|^2 + \frac{k}{2}|\nabla u|^4 + \frac{2\delta}{r+2}\int_\Omega |u|^{r+2}\mathrm{d}x + 2\int_\Omega G(u)\mathrm{d}x\right) +$$

$$\frac{\gamma\lambda^2}{2}|v|^2+\frac{3K_1\varepsilon}{2\lambda^2}\|u\|^2+\varepsilon\beta|\nabla u|^2+\varepsilon k|\nabla u|^4+\frac{\delta}{2}\int_\Omega|u|^{r+2}\mathrm{d}x+\varepsilon\int_\Omega G(u)\mathrm{d}x\leqslant\frac{1}{\gamma\lambda^2}|h|^2$$

令 $\eta=\min\{\gamma\lambda^2,\frac{3K_1\varepsilon}{(\alpha-\varepsilon\gamma)\lambda^2},\varepsilon,\frac{r+2}{2}\}$，由条件($G_1$)知，存在正常数 K_0，使得当 $u\in V$ 时，有

$$\int_\Omega G(u)\mathrm{d}x+\frac{1}{8}\|u\|^2\geqslant -K_0$$

成立. 从而

$$E(t)=|v|^2+(\alpha-\varepsilon\gamma)\|u\|^2+\beta|\nabla u|^2+\frac{k}{2}|\nabla u|^4+\frac{2\delta}{r+2}\int_\Omega|u|^{r+2}\mathrm{d}x+2\int_\Omega G(u)\mathrm{d}x+2K_0\geqslant 0$$

并且

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}E(s)+\eta E(s)\leqslant C+\frac{2}{\gamma\lambda^2}|h|^2\qquad C=2\eta K_0$$

因此，利用 Gronwall 引理得到

$$E(t)\leqslant E(\tau)\exp(-\eta(t-\tau))+(1+\eta^{-1})(C+\frac{2}{\gamma\lambda^2}\|h_0\|_{L_b^2}^2)$$

存在常数 M，使得 $E(\tau)\leqslant M$. 令

$$R=(1+\eta^{-1})(C+\frac{2}{\gamma\lambda^2}\|h_0\|_{L_b^2}^2)$$

结合条件(G_1)，若 $t\geqslant T_1=\tau+\frac{1}{\eta}\ln\frac{2M}{R}$，则

$$(\alpha-\varepsilon\gamma-\frac{1}{4})\|u\|^2+|v|^2\leqslant E(t)\leqslant 2R$$

令 $\rho=\min\{\alpha-\varepsilon\gamma-\frac{1}{4},1\}$，因此

$$\|u\|^2+|v|^2\leqslant\mu_0^2\qquad t\geqslant T_1\tag{10}$$

其中 $\mu_0^2=\frac{2R}{\rho}$.

这样，我们得到了 E_0 中的一致有界吸收集 $B_0(u,v)=\{(u,v)\,|\,|v|^2+\|u\|^2\leqslant\mu_0^2\}$，即对 $\forall B\subset\mathscr{B}(E_0)$ 和 $\forall h\in\mathscr{H}(h_0)$，存在 $T_1=T_1(\tau,B)\geqslant\tau$，使得

$$\bigcup_{h\in\mathscr{H}(h_0)}U_h(t,\tau)B\subset B_0\qquad\forall t\geqslant T_1=T_1(\tau,B)$$

引理 2[3] 设 g 是从 $\mathbf{R}$ 到 $\mathbf{R}$ 的 C^2 函数且满足条件(G_2)，则 $g: V\longrightarrow H$ 是紧连续的.

定理 4 假定条件(G_1)-(G_2)成立，如果 $h_0(x,t)\in L_{C^*}^2(\mathbf{R},H)$，则对应方程(1)-(3)的过程族 $\{U_h(t,\tau)\}(h\in\mathscr{H}(h_0))$ 在 E_0 中有一致(关于 $\mathscr{H}(h_0)$)紧的吸引子，且满足

$$\mathscr{A}_{\mathscr{H}(h_0)}=\omega_{0,\mathscr{H}(h_0)}(B_0)=\omega_{\tau,\mathscr{H}(h_0)}(B_0)$$

其中 B_0 是 E_0 中的一致(关于 $h\in\mathscr{H}(h_0)$)吸收集.

证 利用定理1及定理3，我们只需证明过程族 $\{U_h(t,\tau)\}(h\in\mathscr{H}(h_0))$ 满足一致条件(C)即可.

设 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots$ 为 A 的特征值($0<\lambda_1\leqslant\lambda_2\leqslant\cdots$)，$\omega_1,\omega_2,\cdots$ 为其对应的特征向量，当 $j\to+\infty$ 时，有 $\lambda_j\to+\infty$. 并且 $\{\omega_j\}_{j=1}^\infty$ 构成了 V 的直交基，且

$$A\omega_j=\lambda_j\omega_j\qquad\forall j\in\mathbf{N}$$

记 $V_m=\mathrm{span}\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_m\}$，根据引理2，对 $\forall\varepsilon>0$，存在足够大的 m，使得

$$\frac{1}{\gamma\lambda^2}|(I-P_m)g(u)|\leqslant\frac{\varepsilon}{3}\qquad\forall u\in B_V(A^{-1}h,\mu_0)\tag{11}$$

其中 μ_0 由(10)式给出，$P_m: V\longrightarrow V_m$ 是标准正交映射. 对 $\forall u\in V$，作分解

$$u=P_m u+(I-P_m)u\overset{\mathrm{def}}{=\!=}u_1+u_2$$

取 $0<\sigma<1$，用 $v_2=\partial_t u_2+\sigma u_2$ 在 H 中和方程(1)作内积可得

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(|v_2|^2+(\alpha-\sigma\gamma)\|u_2\|^2+\beta|\nabla u_2|^2+\frac{k}{2}|\nabla u_2|^4\right)-\sigma|v_2|^2+\sigma(\alpha-\sigma\gamma)\|u_2\|^2+$$

$$\sigma\beta|\nabla u_2|^2+\sigma k|\nabla u_2|^4+\gamma\|v_2\|^2+\sigma^2(u_2,v_2)+\delta(|u_2|^r u_2,v_2)+(g(u),v_2)=(h,v_2) \tag{12}$$

类似(5)式和(6)式的估计，有

$$\delta(|u_2|^r u_2,v_2)=\frac{\delta}{r+2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_\Omega|u_2|^{r+2}\mathrm{d}x+\sigma\delta\int_\Omega|u_2|^{r+2}\mathrm{d}x \tag{13}$$

$$-\sigma|v_2|^2+\sigma(\alpha-\sigma\gamma)\|u_2\|^2+\gamma\|v_2\|^2+\sigma^2(u_2,v_2)\geqslant$$

$$\sigma(\alpha-\sigma\gamma-\frac{\sigma}{2\lambda^2})\|u_2\|^2+(\gamma\lambda^2-\sigma-\frac{\sigma^2}{2})|v_2|^2 \tag{14}$$

结合(12)－(14)式，并利用 Hölder 不等式及 Young 不等式可得

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(|v_2|^2+(\alpha-\sigma\gamma)\|u_2\|^2+\beta|\nabla u_2|^2+\frac{k}{2}|\nabla u_2|^4+\frac{2\delta}{r+2}\int_\Omega|u_2|^{r+2}\mathrm{d}x\right)+$$

$$(\frac{\gamma\lambda^2}{2}-\sigma-\frac{\sigma^2}{4})|v_2|^2+\sigma(\alpha-\sigma\gamma-\frac{\sigma}{2\lambda^2})\|u_2\|^2+\sigma\delta\int_\Omega|u_2|^{r+2}\mathrm{d}x+\sigma\beta|\nabla u_2|^2+$$

$$\sigma k|\nabla u_2|^4\leqslant\frac{1}{\gamma\lambda^2}|(I-P_m)g(u)|^2+\frac{1}{\gamma\lambda^2}|(I-P_m)h|^2$$

选取合适的 σ，使得 $\sigma+\frac{\sigma^2}{4}<\frac{\gamma\lambda^2}{4}$，$\sigma\gamma+\frac{\sigma}{2\lambda^2}<\frac{\alpha\sigma}{2}$. 于是

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(|v_2|^2+(\alpha-\sigma\gamma)\|u_2\|^2+\beta|\nabla u_2|^2+\frac{k}{2}|\nabla u_2|^4+\frac{2\delta}{r+2}\int_\Omega|u_2|^{r+2}\mathrm{d}x\right)+\frac{\lambda\gamma^2}{2}|v_2|^2+$$

$$\sigma\alpha\|u_2\|^2+2\sigma\beta|\nabla u_2|^2+2\sigma k|\nabla u_2|^4+2\sigma\delta\int_\Omega|u_2|^{r+2}\mathrm{d}x\leqslant\frac{2}{\gamma\lambda^2}|(I-P_m)g(u)|^2+\frac{2}{\gamma\lambda^2}|(I-P_m)h|^2$$

令 $\alpha_0=\min\{\frac{\gamma\lambda^2}{2},\frac{\sigma\alpha}{\alpha-\sigma\gamma},2\sigma,\sigma(r+2)\}$，且设

$$F(s)=|v_2|^2+(\alpha-\sigma\gamma)\|u_2\|^2+\beta|\nabla u_2|^2+\frac{k}{2}|\nabla u_2|^4+\frac{2\delta}{r+2}\int_\Omega|u_2|^{r+2}\mathrm{d}x$$

从而

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}F(s)+\alpha_0F(s)\leqslant\frac{2}{\gamma\lambda^2}|(I-P_m)g(u)|^2+\frac{2}{\gamma\lambda^2}|(I-P_m)h|^2 \tag{15}$$

对(15)式两端同乘 $\mathrm{e}^{\alpha_0 s}$，再关于 s 在$[\tau,t]$上作积分，有

$$F(t)\leqslant\mathrm{e}^{-\alpha_0(t-\tau)}F(\tau)+\frac{2\mathrm{e}^{-\alpha_0 t}}{\gamma\lambda^2}\int_\tau^t\mathrm{e}^{\alpha_0 s}|(I-P_m)g(u)|^2\mathrm{d}s+\frac{2\mathrm{e}^{-\alpha_0 t}}{\gamma\lambda^2}\int_\tau^t\mathrm{e}^{\alpha_0 s}|(I-P_m)h|^2\mathrm{d}s \tag{16}$$

根据引理 1，$\forall\varepsilon>0$，存在足够大的 m，使得

$$\frac{2}{\gamma\lambda^2}\int_\tau^t\mathrm{e}^{-\alpha_0(t-s)}|(I-P_m)h|^2\mathrm{d}s\leqslant\frac{\varepsilon}{3}\qquad\forall h\in\mathscr{H}(h_0),\ \forall t\geqslant T_2=T_2(\tau) \tag{17}$$

再根据引理 2，$\forall\varepsilon>0$，存在足够大的 m，使得

$$\frac{2}{\gamma\lambda^2}\int_\tau^t\mathrm{e}^{-\alpha_0(t-s)}|(I-P_m)g(u)|^2\mathrm{d}s\leqslant\frac{\varepsilon}{3}\qquad\forall h\in\mathscr{H}(h_0),\ \forall t\geqslant T_3=T_3(\tau) \tag{18}$$

对 $\forall\varepsilon>0$，存在足够大的 $T_4=T_4(\tau)\geqslant0$，使得

$$\mathrm{e}^{-\alpha_0(t-\tau)}F(\tau)\leqslant\frac{\varepsilon}{3}\qquad\forall t\geqslant T_4=T_4(\tau) \tag{19}$$

综合(16)－(19)式，取 $T=\max\{T_1,T_2,T_3,T_4\}$，则当 $t>T$ 时，有

$$F(t)<\varepsilon\qquad h\in\mathscr{H}(h_0)$$

即过程族$\{U_\sigma(t,\tau)\}(h\in\mathscr{H}(h_0))$在 E_0 中满足一致(关于 $h\in\mathscr{H}(h_0)$)条件(C). 证毕

注 1　当方程(1)满足两端固定边界条件，即

$$u=\nabla u=0\qquad x\in\partial\Omega$$

时，定理 2 与定理 3 仍成立，此时 $V=H_0^2(\Omega)$，$H=L^2(\Omega)$.

注 2 利用文献[8]的方法，当条件(G_1),(G_2)成立时，方程(1)-(3)在 $D(A)\times V$ 中存在强全局吸引子.

参考文献:

[1] BALL J M. Initial-Boundary Value Problems for an Extensible Beam [J]. J Math Anal Appl, 1973, 42: 61-90.
[2] BALL J M. Stability Theory for an Extensible Beam [J]. J Differential Equations, 1973, 14: 339-418.
[3] 陈小豹，马巧珍. 非线性可拉伸梁方程强全局吸引子的存在性 [J]. 西北师范大学学报：自然科学版，2008，44(6)：1-6.
[4] 马巧珍，孙春友，钟成奎. 非线性梁方程强全局吸引子的存在性 [J]. 数学物理学报：A 辑，2007，27(5)：941-948.
[5] CHEPYZHOV V V, VISHIK M I. Attractors for Equations of Mathmatical Physics [M]. Providence RI: Colloquium Publications American Mathmatical Society, 2002.
[6] LU Sun-sun, WU Hong-qing, ZHONG Cheng-kui. Attractors for Non-autonomous 2D Navier-Stokes Equations with Normal External Forces [J]. Discrete Contin Dyn Syst, 2005, 13: 701-719.
[7] MA Shan, ZHONG Cheng-kui. The Attractor for Weakly Damped Non-autonomous Hyperbolic Equation with a New Class of Exterral Forces [J]. Discrete Cotin Dyn Syst, 2007, 18: 53-70.
[8] MA Qiao-zhen, WANG Su-ping, CHEN Xiao-bao. Uniform Compact Attractors for the Coupled Suspension Bridge Equations [J]. Appl Math Comput, 2011, 217: 6604-6615.
[9] 高培明，马巧珍. Kuramoto-Sivashinsky 方程的指数吸引子 [J]. 西南大学学报：自然科学版，2011，33(9)：25-28.
[10] 王素萍，马巧珍，邵旭馗. 梁方程的指数吸引子 [J]. 西南大学学报：自然科学版，2011，33(9)：29-35.
[11] 朱朝生，梅　挺. 非自治 B-BBM 方程的近似惯性流形 [J]. 西南师范大学学报：自然科学版，2004，29(5)：705-711.

Uniform-Attractors of the Nonlinear Extensible Beam Equations

LI Zhi-yu, MA Qiao-zhen

School of Mathematics and Information Science, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China

Abstract: The existence of uniform attractors for the more general non-autonomous extensible beam equations is proved in a weak and strong topology space by using the uniform condition(C), expectively.

Key words: beam equation; uniform condition(C); uniform attractor

责任编辑　廖　坤