第 37 卷 第 2 期 西南师范大学学报(自然科学版) 2012 年 2 月
Vol. 37 No. 2 Journal of Southwest China Normal University (Natural Science Edition) Feb. 2012

文章编号:1000-5471(2012)02-0134-05

关于 10 年中考数学开放题的分析与建议
——以杭州为例①

巩子坤, 陈 琳

杭州师范大学 理学院,杭州 310036

摘要:分析了近 10 年杭州中考数学开放题,梳理了开放题发展变化的趋势:分值在 8～12 分之间;题型是填空题和解答题;类型以单一要素开放为主,多元要素开放为辅;答案呈现注重多种表征方式,关注学生的数学理解;问题从纯理论向现实背景转化. 基于开放题评价、编制与设计方面存在的问题,构建了基于 SOLO 评价理论的五级量化评分法,提出了中考开放题的设计、评价、编制的建议.

关 键 词:数学开放题;设计;评价

中图分类号:**G424.74** **文献标志码**:**A**

20 世纪 70 年代,以岛田茂为首的研究小组在日本首次提出数学开放题的概念,而后,数学开放题传入美国和欧洲各国. 1980 年,日本的"五子散度衡量问题"、"方格纸上的几何问题"等开放题开始传入中国并逐渐风行. 至 20 世纪 90 年代,中国将数学开放题运用于数学教学. 1993 年 3 月到 6 月期间,数学开放题首先进入浙江省杭州市、湖州市和德清县的中学数学课堂[1]. 2000 年 3 月教育部发布的《关于 2000 年初中毕业、升学考试改革指导意见》中提出,应设计开放性问题,这标志着数学开放题进入考试的进程在世纪之交迈入了一个新的发展时期. 鉴于杭州在全国较早开展了开放题教学,并将开放题引入到中考之中,我们选取杭州市 2000—2009 年 10 年间的中考数学开放题作为案例,分析数学开放题的基本情况,梳理开放题发展变化的趋势,针对中考开放题的编制、评价中存在的问题,提出一些建议.

1 开放题的概况

1.1 分布描述

2000—2009 年杭州中考数学试卷满分为 120 分,由选择题、填空题和解答题组成. 其中开放题的分值、题型和类型分布如表 1 所示.

从表 1 可知,2000—2004 年分值的波动较大,呈现明显的试验性,对开放题的分值比例把握尚不明确;2005—2009 年分值呈现稳中有升的趋势,对开放题的分值比例有了较好的把握,稳定在 11～14 分之间. 而根据目前省教育厅的文件要求,试题应设计 1～2 道开放题,以结论开放和条件开放为主要形式. 综合这两方面的因素,可预测开放题的分值在 8～12 分之间较为适合.

2000—2004 年之间开放题以填空题为主,2001 年试探性地出了一道解答题,可见当时对开放题题型的把握尚不成熟,处在试验阶段;2005—2009 年同时出现了填空题、解答题. 通过前 5 年的试验和近 5 年的验证,可基本将开放题题型稳定在填空题和解答题两种形式上.

---

① 收稿日期:2010-11-30
基金项目:全国教育科学"十一五"规划重点课题"基于学生认知发展水平的课程标准适切性研究"(DHA080094).
作者简介:巩子坤(1966-),男,山东滕州人,教育学博士,教授,主要从事数学教育的研究.

表 1　10 年中考数学开放题分布

年份	分值	题　　型	类　　型
2000	4	填空题	结论
2001	16	解答题	条件、综合
2002	8	填空题	条件、结论
2003	10	填空题	条件、结论
2004	8	填空题	条件、结论
2005	11	填空题、解答题	策略
2006	11	填空题、解答题	结论、综合
2007	14	填空题、解答题	结论、策略、综合
2008	14	填空题、解答题	结论、策略
2009	12	填空题、解答题	结论、策略、综合

注：其中的分值只统计开放题中开放部分的分值.

开放题通常分为结论开放题、条件开放题、策略开放题和综合开放题 4 种类型. 纵观 10 年的开放题，共 24 题，其中结论开放题 11 道，条件开放题 4 道，策略开放题 5 道，综合开放题 4 道，题型分布如图 1 所示.

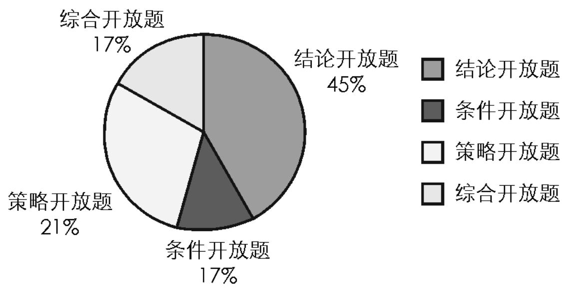

图 1　2000—2009 年杭州中考数学试卷开放题题型分布图

从图 1 可知，结论开放题是最重要的类型，其次是策略开放题，接下来是条件开放题和综合开放题. 策略开放题与综合开放题所占的比例为 38%，可见中考数学试卷对学生的数学应用能力提出较高的要求；结论、条件和策略开放题所占的比例为 83%，可见开放题类型主要以单一要素开放为主，多元要素开放为辅. 这样一方面可以降低开放题教学的难度，另一方面也有利于提高开放题评卷的效率. 同时，我们也看到，近几年来，中考数学开放题的难度有上升的趋势，几乎每年都有综合开放题.

1.2　答案的呈现形式

从答案的呈现形式来看，由数学符号单一表示的方式向数学符号和语言文字表达相结合的方式转化.

例 1　2005 年杭州市中考数学试卷 19 题. 学校食堂出售两种厚度一样但大小不同的面饼，小饼直径 30 cm，售价 30 分，大饼直径 40 cm，售价 40 分. 你更愿意买____饼，原因是.（4 分）

例 2　2008 年杭州市中考数学试卷 13 题. 小张根据某媒体上报道的一张条形统计图(图 2)，在随笔中写道："……今年在我市的中学生艺术节上，参加合唱比赛的人数比去年激增……". 小张说得对不对？为什么？请你用一句话对小张的说法作个评价.（4 分）

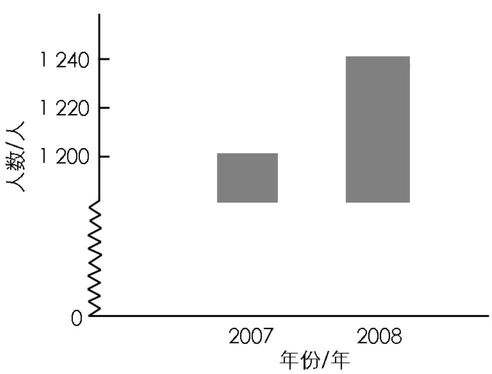

图 2　某媒体上报道的统计图

由例 1、例 2 可以看出文字叙述题在 2005 年后频频出现，体现了人们对多种表达方式，亦即多种表征方式的重视. 在帮助学生理解数学概念和关系时，在交流数学方法、推理及理解自己和他人的观点时，在学习数学概念间的相互关系时，以及在通过数学建模把数学应用到现实情境中去时，都应该把表征作为关键因素来对待[2].

1.3　问题的背景

从问题的背景来看，2005 年之前，以理论为背景编制题目，脱离现实生活，此后 3 年连续出现情景化的问题. 由此可见，问题的情景化越来越成为中考数学的命题趋势，数学教育对学生解决实际问题的能力和创造性思维的培养越来越重视. 这也充分体现了新课程的基本理念，即现实的数学、日常的数学、生活

的数学、有用的数学[3-4].

2　开放题的评分

2.1　当前评分标准存在的问题

2.1.1　评分标准笼统、模糊

评分标准笼统，主要表现在：对答案有限型的参考答案过于简单和对答案无限型的参考答案过于自由.

例 3　2000 年杭州市中考数学试卷 18 题. 已知 $1,\sqrt{2},2$ 这 3 个数，请你再添上一个数，写出一个比例式. (4 分)

其参考答案为“$1:\sqrt{2}=\sqrt{2}:2$，$1:2=\sqrt{2}:2\sqrt{2}$，等”. 本题属于有限可穷举型，其实所有答案只有 3 种，过于简单的参考答案会影响教师批卷的正确率.

例 4　2004 年杭州市中考数学试卷 20 题. 给出一个正方形，请你动手画一画，将它剖分为 n 个小正方形. 那么，通过实验与思考，你认为这样的自然数 n 可以取的所有值应该是. (4 分)

参考答案为“$n=4$ 或 $n\geqslant 6$ 或所有的自然数($n=4$ 给 1 分，其余不完整的正确答案酌情给分)”. 本题属于无限型，其中“其余不完整的正确答案酌情给分”给评卷教师出了一个难题，首先要花费时间验证答案的正确性，其次要慎重考虑酌情给多少分，最后还要接受因看法不同而造成的心理压力.

2.1.2　评分标准层次不清

评分标准层次不清主要表现在：重数量轻质量，未作出清晰的层次划分.

例 5　2006 年杭州市中考数学试卷 18 题. 在整式运算中，任意两个一次二项式相乘后，将同类项合并得到的项数可以是. (4 分)

参考答案为“2,3,4(有一个给 2 分，少一个扣 1 分)”. 本题显然未对层次作出划分，只对数量进行了划分. 若学生只答出 2 和 3 时，应属于同一层次，思维停留在同字母的两个一次二项式的乘法阶段；而当学生答出 4 时，应属于更高一个层次，思维已经突破同字母的两个一次二项式的乘法阶段，发展到不同字母的两个一次二项式的乘法阶段. 再比如例 4 也未对层次详细说明.

2.1.3　同一层次的评分标准缺乏弹性

缺乏弹性主要表现在：对同一层次的评分过于统一，评卷教师无法实施适度的酌情给分，削弱了同一层次学生间的区分度.

例 6　2001 年杭州市中考数学试卷 26 题. 如图 3，$\odot O$ 与 $\odot O_1$ 外切于点 T，PT 为其内公切线，AB 为其外公切线，且 A,B 为切点，AB 与 TP 相交于点 P. 根据图 3 中所给出的已知条件及线段，请写出一个正确结论，并加以证明. (12 分)

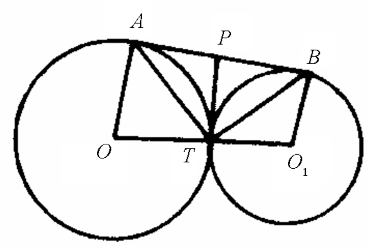

图 3　2001 年杭州市中考数学 26 题

参考答案为“(1)写出以下结论并给予证明的给 6 分：① $PA=PT$(或 $PB=PT$)，② $\angle PAT=\angle PTA$(或 $\angle PBT=\angle PTB$)，③ $\angle OAP=\angle OTP=RT\angle$(或 $\angle O_1BP=\angle O_1TP=RT\angle$)；(2)写出以下结论并给予证明的给 8 分：① $PA=PB=PT$(或 $AB=2PT$)，② $\angle ATB=RT\angle$，③ $\angle AOT+\angle APT=180^0$(或 $\angle BO_1T+\angle BPT=180^0$)，④ $OA//O_1B$；(3)写出以下结论并给予证明的给 10 分：$\Delta OAT\sim\Delta PTB$(或 $\Delta PTA\sim\Delta O_1BT$)；(4)写出以下结论并给予证明的给 12 分：$PA\cdot PB=OT\cdot O_1T$(或 $PA\cdot PB=OA\cdot O_1B$)”.

显然，这样的评分标准对同一层次的评分规定过于统一、死板.

2.2　评分标准的优化：SOLO 分类法

2.2.1　SOLO 分类法

SOLO 分类法的基本思想是：根据学生回答问题时的表现(即学习的结果)来判断其所处的思维发展阶段，进而给予合理的评分[5-6]. SOLO 分类法将学生学习的结果由低到高分为 5 个不同的层次：前结构水平、单一结构水平、多元结构水平、关联水平、进一步抽象水平.

2.2.2 根据 SOLO 分类法对开放题量化评价

利用 SOLO 分类法，对开放题量化评价，可以编制 5 个量化等级．第一级：学生对题目不理解，只能主观臆测结论，难以形成清晰的思路；第二级：学生通过尝试能获得一个(类)解决方案；第三级：学生通过再尝试获得两个(类)或两个(类)以上的解决方案，但这些方案是彼此分离的，不是有机地整合在一起的；第四级：学生认识到了任务的整体特征，能够形成系统的解决方案；第五级：学生能将关联的结构概括到一个更高的抽象水平上[7]．

比如，对例 6 的评分标准如下：

第一级：学生能通过直观猜测得到简单的结果，但不能给出相应的证明，如给出 $PA=PT$(或 $PB=PT$)，$\angle PAT=\angle PTA$(或$\angle PBT=\angle PTB$)，$\angle OAP=\angle OTP=RT\angle$（或$\angle O_1BP=\angle O_1TP=RT\angle$)，$\angle ATB=RT\angle$，$\angle AOT+\angle APT=180^\circ$(或$\angle BO_1T+\angle BPT=180^\circ$)，$OA//O_1B$，$\Delta OAT\sim\Delta PTB$(或$\Delta PTA\sim\Delta O_1BT$)结果中的一个．

第二级：学生能利用某个知识点给出结果，具有清晰的思路，如给出 $PA=PT$(或 $PB=PT$)，$\angle PAT=\angle PTA$(或$\angle PBT=\angle PTB$)，$\angle OAP=\angle OTP=RT\angle$（或$\angle O_1BP=\angle O_1TP=RT\angle$)中的一个，并给出相应的证明．

第三级：学生能对某个知识点进行等价转换，或重复利用某个知识点，或对某几个知识点进行简单组合获得较复杂的结果，如给出 $PA=PB=PT$(或 $AB=2PT$)，$\angle ATB=RT\angle$，$\angle AOT+\angle APT=180^\circ$(或$\angle BO_1T+\angle BPT=180^\circ$)，$OA//O_1B$ 结果中的一个，并给出相应的证明．

第四级：学生对某几个知识点进行有机整合，得到较复杂的结果，如给出 $\Delta OAT\sim\Delta PTB$(或 $\Delta PTA\sim\Delta O_1BT$)，并给出相应的证明．

第五级：学生能对复杂的结果进一步抽象、整合，得到较独特的结果，如给出 $PA\cdot PB=OT\cdot O_1T$(或$PA\cdot PB=OA\cdot O_1B$)，并给出相应的证明．

依据上述五级标准量化评分如下：第一级给 0～4 分，第二级给 5～6 分，第三级给 7～8 分，第四级给 9～10 分，第五级给 11～12 分．

3 开放题的编制

张奠宙教授在“数学素质教育设计(草案)”中指出：“好问题”应该具备 5 条标准[8]．例 4 就是一个好问题．但是，我们分析发现，有的数学开放题形式开放，实际封闭，缺少实际意义．

例 7　2003 年杭州市中考数学试卷 20 题：求函数 $y=x^2+\dfrac{1}{x^2}$的最小值，较合适的数学方法应该是____法，当然还可以用____法等方法来解决．

从例 1、例 7 的提问方式来看，例 1 为结论开放题，例 7 为策略开放题．例 1 的设计意图也许是通过对单位体积花钱多少的比较来选择买哪种面饼．但是，学生常从自身需要考虑：我胃口大，买大面饼；我胃口小，买小面饼．此时，答案是不完全符合答题要求和实际的，明显偏离了考查的要求，如何评判呢？例 7 从形式上看是策略开放题，但从第一个空的内在要求分析，显然又要求一个特定的答案．学生的答案一旦不符合要求，就没有任何陈述理由的机会了．

4 结论与建议

4.1 整体设计建议

在中考数学试卷中设计开放题应注意以下几点：从分值份额看，开放题的分值在 8～12 分之间最为适合；从题型分布看，开放题应以填空题和解答题的形式出现，一张试卷中应当同时出现这两种题型；从类型呈现看，开放题应以单一要素开放为主，多元要素开放为辅；从答案的呈现形式看，应注重多种表征方式；从问题的背景看，应将数学问题镶嵌到现实背景之中．

4.2 评分建议

开放题的评分标准一要体现学生思维水平的层次性，二要体现教师评分的可操作性．也就是说，要处

理好评分的规范性与灵活性的关系．采用五级量化评分标准，描述出各个等级的答案特征，制定弹性分值．由于同一等级中思维水平亦有差异，对于同一等级的答案，应根据学生的答题信息，在弹性评分范围内给出较为准确的评判．对于评分标准中没有的答案，不要急于评判，出卷教师和评卷教师要及时商议，确定其等级与分值．

4.3 题目编制建议

要按照好的问题的标准来编制开放题，注意开放题的实际背景和意义，同时恰当把握开放题的开放度和难度．比如，可以采取限定答案的范围和改变参数的取值等方法来控制题目的开放度，采取改变问题的叙述方式、运用暗示技术和改变答题的要求等方法来控制题目的难度．

参考文献：

[1] 戴再平．开放题——数学教学的新模式［M］．上海：上海教育出版社，2004：13－15．

[2] 全美数学教师理事会．美国学校数学教育的原则和标准［M］．蔡金法，译．北京：人民教育出版社，2000：65．

[3] 巩子坤．论理解视域下的有理数运算［J］．西南师范大学学报：自然科学版，2009，34(4)：215－220．

[4] 张云仙．数学学业不良儿童的估算能力研究［J］．西南师范大学学报：自然科学版，2009，34(3)：110－113．

[5] 李祥兆．数学开放题的评分方法初探［J］．宁波大学学报：教育科学版，2007(2)：62－65．

[6] BIGGS J，COLLIS K．Evaluating The Quality of Learning［M］．New York：Academic Press，1982：17－34．

[7] 霍秉坤，叶慧虹，黄显华．香港教科书的编辑：提升质量的建议［J］．西南大学学报：社会科学版，2010，36(4)：72－76．

[8] 张奠宙．数学教育经纬［M］．南京：江苏教育出版社，2003：294－306．

Analysis and Suggestion on Open-Ended Mathematics Problems in Senior High School Entrance Exam During the Past Decade
——A Case Study of Hangzhou

GONG Zi-kun， CHEN Lin

Department of Sciences，Hangzhou Normal University，Hangzhou 310036，China

Abstract：Based on an analysis of the open-ended mathematics problems in the senior high school entrance exam during the past decade，the following findings are obtained：The total value is between 8 and 12；the types of the answers include "filling blanks" and "solving problems"；the main type of the problems is single element open ended，and the others are multiple elements open ended；more attention is paid to representation of the answers，which may improve the students' understanding；the background of the problems has been changed from abstract theory to the real world. In order to solve the problems in assessing and designing open ended problems，a 5-level assessment method is designed，and some suggestion are proposed.

Key words：mathematics open ended problem；design；assessment

责任编辑 廖 坤