文章编号:1000-5471(2012)02-0008-04

弱 s-置换子群与有限群的 p-幂零性①

陈云坤[1,2], 黎先华[2]

1. 贵州师范大学 数学与计算机科学学院, 贵阳 550001; 2. 苏州大学 数学科学学院, 江苏 苏州 215006

摘要: 利用 Sylow 子群的极大子群的弱 s-置换性得到有限群为 p-幂零群的一些充分条件. 推广、统一了现有的一些结果.

关 键 词: 有限群; 弱 s-置换子群; p-幂零群

中图分类号: O152.1 **文献标志码:** A

本文所讨论的群均为有限群, 使用的符号及术语是标准的(见文献[1]). 设 G 为有限群, 我们用 $M<\cdot G$ 表示 M 是群 G 的极大子群, A char G 表示 A 是 G 的特征子群, $U\lhd\lhd G$ 表示 U 在 G 中次正规.

从子群的广义正规性来研究原群的结构是人们感兴趣的课题, 对此, 文献[2-6]都作了研究. 文献[7]引进了弱 s-置换子群的概念, 并利用 Sylow 子群的一些特殊子群的弱 s-置换性得到了有限群为超可解群的一些充分条件, 举例说明了弱 s-置换子群是 s-置换子群、c-正规子群的真推广. 本文继续研究子群的弱 s-置换性对群结构的影响, 利用 Sylow 子群的极大子群的弱 s-置换性得到有限群为 p-幂零群的一些充分条件, 从而推广、统一了现有的一些结果.

引理 1[7] 设 G 是有限群, $H\leqslant K\leqslant G$, 则下列结论成立:

(a) 如果 H 在 G 中弱 s-置换, 则 H 在 K 中弱 s-置换;

(b) 如果 $H\trianglelefteq G$, 则 K/H 在 G/H 中弱 s-置换当且仅当 K 在 G 中弱 s-置换;

(c) 假设 $H\trianglelefteq G$, $(|E|, |H|)=1$. 若 E 在 G 中弱 s-置换, 则 HE/H 在 G/H 中弱 s-置换.

引理 2 设 G 是群, p 是整除 $|G|$ 的素数, 且满足 $(|G|, p-1)=1$, 则下列结论成立:

(a) 若 $N\trianglelefteq G$ 且 $|N|=p$, 则 $N\leqslant Z(G)$;

(b) 如果 G 有循环的 Sylow p-子群, 则 G 是 p-幂零群.

证 (a) 因为 $|N|=p$, 所以 $|\mathrm{Aut}(N)|=p-1$. 因 $N\trianglelefteq G$, 故 $G/C_G(N)=N_G(N)/C_G(N)\lesssim \mathrm{Aut}(N)$. 因此 $|G/C_G(N)|$ 整除 $(|G|, p-1)=1$. 故有 $G=C_G(N)$, $N\leqslant Z(G)$.

(b) 设 P 是 G 的 Sylow p-子群, 且 $|P|=p^n$. 因为 P 是循环群, 所以 $|\mathrm{Aut}(P)|=p^{n-1}(p-1)$. 又因 $N_G(P)/C_G(P)\lesssim \mathrm{Aut}(P)$, 故 $|N_G(P)/C_G(P)|$ 整除 $p^{n-1}(p-1)$. 由 $P\leqslant C_G(P)$ 及 $(|G|, p-1)=1$, 我们得到 $|N_G(P)/C_G(P)|=1$, 因此 $N_G(P)=C_G(P)$. 由 Burnside 定理知, G 是 p-幂零群.

引理 3[8] 设 G 是 π-可分群. 若 $O_{\pi'}(G)=1$, 则 $C_G(O_\pi(G))\leqslant O_\pi(G)$.

定理 1 设 p 是 $|G|$ 的一个素因子, $(|G|, p-1)=1$ 且 P 是 G 的一个 Sylow p-子群. 若 P 的每个极大子群在 G 中弱 s-置换, 则 G 是 p-幂零群.

证 假设结论不真, 设 G 为极小阶反例.

若 P 是循环群, 则由引理 2(b) 知, G 是 p-幂零群, 矛盾. 现在假设 P 是非循环群. 分以下几个步骤来证明:

---

① 收稿日期: 2010-12-01

基金项目: 国家自然科学基金(N.11171243; 10871032); 江苏省自然科学基金(BK2008156).

作者简介: 陈云坤(1973-), 男, 贵州遵义人, 副教授, 主要从事有限群的研究.

（ⅰ）G 不是非交换单群.

假设 G 是非交换单群. 设 P_1 是 P 的极大子群，则 P_1 在 G 中弱 s- 置换. 即存在 $T\lhd\lhd G$，使得 $G=P_1T$，$P_1\cap T\leqslant(P_1)_{sG}$ 成立. 因为 G 是单群，所以 $T=G$. 从而 $P_1\cap T=P_1=(P_1)_{sG}$. 故 P_1 在 G 中 s- 置换，所以 $P_1\lhd\lhd G$. 因此 $P_1=1$. 从而 P 循环，矛盾.

（ⅱ）$O_{p'}(G)=1$；若 $P\leqslant H<G$，则 H 是 p- 幂零群.

设 N 是 G 的正规子群，则 PN/N 是 G/N 的 Sylow p- 子群. 下证 G/N 是 p- 幂零群. 设 M_1/N 是 PN/N 的极大子群，则 $M_1=M_1\cap PN=(M_1\cap P)N$. 令 $P_1=M_1\cap P$. 由 $P_1\cap N=P\cap M_1\cap N=P\cap N$ 知，$p=|PN/N:M_1/N|=|PN:(M_1\cap P)N|=|P:M_1\cap P|=|P:P_1|$，即 P_1 是 P 的极大子群. 由条件知，P_1 在 G 中弱 s- 置换，故存在 G 的次正规子群 T，使得 $G=P_1T$ 且 $P_1\cap T\leqslant(P_1)_{sG}$. 显然 $TN/N\lhd\lhd G/N$，$(P_1N/N)(TN/N)=G/N$. 令 $\pi(G)=\{p_1, p_2, \cdots, p_n\}$，$T_{p_i}$ 是 T 的 Sylow p_i- 子群，其中 $p_1=p$，$i=2,3,\cdots,n$. 因 $T\lhd\lhd G$，$|G:T|=p^a$，a 是自然数，故 T_{p_i} 也是 G 的 Sylow p_i- 子群，于是 $N\cap T_{p_i}$ 是 N 的 Sylow p_i- 子群，其中 $i=2,3,\cdots,n$. 令 $L=\langle N\cap T_{p_2}, \cdots, N\cap T_{p_n}\rangle$，则 $L\leqslant T$，$N=(P\cap N)L=(P_1\cap N)L$. 因此 $P_1N\cap TN=(P_1N\cap T)N=(P_1(P_1\cap N)L\cap T)N=(P_1L\cap T)N=(P_1\cap T)LN=(P_1\cap T)N$. 从而 $(P_1N/N)\cap(TN/N)=(P_1N\cap TN)/N=(P_1\cap T)N/N\leqslant(P_1)_{sG}N/N\leqslant(P_1N/N)_{s(G/N)}$. 故 PN/N 的每个极大子群在 G/N 中弱 s- 置换，即 G/N 满足定理 1 的条件. 如果 $O_{p'}(G)\neq 1$，则 $G/O_{p'}(G)$ 是 p- 幂零群，从而 G 是 p- 幂零群，矛盾，故 $O_{p'}(G)=1$. 对任意 $P\leqslant H<G$，显然有 $(p-1, |H|)=1$，P 也是 H 的 Sylow p- 子群. 由引理 1(a) 知，P 的每个极大子群在 H 中弱 s- 置换，则 H 满足题设条件，由 G 的极小性得，H 是 p- 幂零群.

（ⅲ）G 是可解群，G 有唯一的极小正规子群 $N=O_p(G)$.

设 P_1 是 P 的极大子群. 由题设知，P_1 在 G 中弱 s- 置换，即存在 $T\lhd\lhd G$，使得 $G=P_1T$，且 $P_1\cap T\leqslant(P_1)_{sG}$. 若 $(P_1)_{sG}=1$，则 $|T_p|=p$，其中 $T_p\in \mathrm{Syl}_p(T)$. 由引理 2(b) 知，T 为 p- 幂零群. 设 $T_{p'}$ 是其正规 p- 补，则 $T_{p'}\trianglelefteq T\lhd\lhd G$. 又 $T_{p'}$ 是 G 的 Hall p'- 子群，故 $T_{p'}\trianglelefteq G$，从而 G 是 p- 幂零群，矛盾. 故 $1\neq(P_1)_{sG}\leqslant O_p(G)$. 由步骤（ⅱ）知，$G/O_p(G)$ 是 p- 幂零群. 又 $(|G|, p-1)=1$，故 G 是可解群. 因为 $O_{p'}(G)=1$，所以 $F(G)=O_p(G)\neq 1$.

设 N 为 G 的一个极小正规子群，如果 G 有另外一个不同于 N 的极小正规子群 S，则 G/S 满足题设条件. 于是 $G\cong G/N\cap S$ 是 p- 幂零群，矛盾. 因此 N 是 G 的唯一极小正规子群. 如果 $\Phi(G)\neq 1$，那么 $N\leqslant\Phi(G)$. 由 G/N 是 p- 幂零群可得，G 是 p- 幂零群，矛盾. 因此 $\Phi(G)=1$，从而 $F(G)$ 是极小正规子群的乘积. 由 N 的唯一性知，$N=F(G)=O_p(G)$ 是 G 的唯一极小正规子群.

（ⅳ）G 是 p- 幂零群.

设 M 是 G 的不包含 N 的极大子群，则 $G=NM$，$N\cap M=1$. 设 $M_p\in \mathrm{Syl}_p(M)$，则 $P=O_p(G)M_p$. 因为 $G/O_p(G)\cong M$，所以 M 是 p- 幂零群. 令 $M_{p'}$ 是 M 的 Hall p'- 子群，则 $M_{p'}$ 正规于 G. 取 P 的极大子群 P_1 使得 $M_p\leqslant P_1$. 由定理条件知，P_1 在 G 中弱 s- 置换，即存在 $T\lhd\lhd G$，使得 $G=P_1T$，$P_1\cap T\leqslant(P_1)_{sG}$. 令 $L=(P_1)_{sG}$，若 $L=1$，则 $P_1\cap T=1$，故 $|T_p|=p$，其中 $T_p\in \mathrm{Syl}_p(T)$. 由引理 2(b) 知，T 为 p- 幂零群. 设 $T_{p'}$ 是其正规 p- 补，则 $T_{p'}\trianglelefteq T\lhd\lhd G$，又 $T_{p'}$ 是 G 的 Hall p'- 子群，故 $T_{p'}\trianglelefteq G$. 因此 $T_{p'}$ 也是 G 的正规 p- 补，因而 G 是 p- 幂零群，矛盾，故因 $L\neq 1$. 又 $L\leqslant O_p(G)=N$，从而 $L\leqslant N\cap P_1$. 假设 $N\leqslant T$，则 $T\cap P_1\leqslant L\leqslant N\cap P_1\leqslant T\cap P_1$. 因此 $N\cap P_1=T\cap P_1=L=(P_1)_{sG}$. 显然 $L=N\cap P_1\trianglelefteq P$. 另一方面，$N\cap P_1=L=(P_1)_{sG}$ 在 G 中 s- 置换，因此对于任意的 $Q\in \mathrm{Syl}_q(G)$，有 $LQ\leqslant G$，且 L 在 LQ 中 s- 置换. 因此，L 在 LQ 中次正规，于是有 $Q\leqslant N_G(L)$，从而 $1\neq L\trianglelefteq G$. 这推出 $L=N=O_p(G)\leqslant P_1$. 故 $P=NM_p\leqslant P_1M_p=P_1$，矛盾，于是 $N\nleq T$. 又因为 $T\lhd\lhd G$，$|G:T|=p^a$，a 是自然数，所以 T 包含 G 的所有 Sylow q- 子群，因此 G/T_G 是 p- 群. 于是 $G\cong G/N\cap T_G$ 是 p- 幂零群，矛盾.

所以极小阶反例不存在，定理 1 得证.

注 1　定理 1 中的条件 $(|G|, p-1)=1$ 不能去掉. 例如：S_3 的 Sylow 3 -子群的极大子群为 1，当然是 S_3 的弱 s- 置换子群，但 S_3 不是 3 -幂零群.

若 $p=\min\pi(G)$，则条件 $(|G|, p-1)=1$ 自然成立，因此定理 1 有下列推论：

推论 1　设 $p=\min\pi(G)$，P 是 G 的一个 Sylow p- 子群. 如果 P 的每个极大子群在 G 中弱 s- 置换，则 G 是 p- 幂零群.

推论 2[9] 设 $p=\min\pi(G)$，P 是 G 的一个 Sylow p- 子群. 如果 P 的每个极大子群在 G 中 c- 正规，则 G 是 p- 幂零群.

推论 3 设 $p=\min\pi(G)$，P 是 G 的一个 Sylow p- 子群. 如果 P 的每个极大子群均为 G 的 s- 置换子群，则 G 是 p- 幂零群.

定理 2 设 p 是 $|G|$ 的一个素因子，$(|G|, p-1)=1$，$N \trianglelefteq G$ 使得 G/N 是 p- 幂零群，P 是 N 的一个 Sylow p- 子群. 若 P 的每个极大子群在 G 中弱 s- 置换，则 G 是 p- 幂零群.

证 用归纳法. 由题设及引理 1(a) 知，P 的每个极大子群在 N 中弱 s- 置换. 从而由定理 1 知，N 是 p- 幂零群. 则 N 有正规 p- 补 $N_{p'}$，其中 $N_{p'}$ 为 N 的 Hall p'- 子群. 故 $N_{p'}$ char N. 又 $N \trianglelefteq G$，则 $N_{p'} \trianglelefteq G$.

若 $N_{p'} \neq 1$，考虑商群 $G/N_{p'}$. 设 $M/N_{p'}$ 是 $PN_{p'}/N_{p'}$ 的任意的极大子群，则 $M=M\cap PN_{p'}=(M\cap P)N_{p'}$. 令 $P_1=M\cap P$，由 $P_1\cap N_{p'}=P\cap M\cap N_{p'}=P\cap N_{p'}$ 可以得到：$p=|PN_{p'}/N_{p'}:M/N_{p'}|=|PN_{p'}:(M\cap P)N_{p'}|=|P:M\cap P|=|P:P_1|$，即 P_1 是 P 的极大子群. 由题意知，P_1 在 G 中弱 s- 置换. 由引理 1(c) 知，$M/N_{p'}=P_1N_{p'}/N_{p'}$ 在 $G/N_{p'}$ 中弱 s- 置换. 又 $(G/N_{p'})/(N/N_{p'})\cong G/N$ 为 p- 幂零群，因此 $G/N_{p'}$ 及其正规子群 $N/N_{p'}$ 满足题设条件. 故由归纳法知，$G/N_{p'}$ 是 p- 幂零群，因此 G 是 p- 幂零群.

若 $N_{p'}=1$，则 $N=P$ 为 p- 群. 由 $G/P=G/N$ 为 p- 幂零群知，G/P 有正规 p- 补，记为 T/P. 因为 P 的每个极大子群在 G 中弱 s- 置换，$P\leqslant T\leqslant G$，所以由引理 1(a) 知，P 的每个极大子群在 T 中弱 s- 置换. 由定理 1 知，T 是 p- 幂零群. 设 $T_{p'}$ 为 T 的正规 p- 补，那么 $T_{p'}$ 也是 G 的正规 p- 补. 从而 G 为 p- 幂零群.

定理 3 设 p 是 $|G|$ 的一个素因子，P 是 G 的一个 Sylow p- 子群. 如果 $N_G(P)$ 是 p- 幂零群，并且 P 的每个极大子群在 G 中弱 s- 置换，则 G 是 p- 幂零群.

证 当 $p=2$ 时，根据定理 1，G 是 p- 幂零群. 下面证明 p 是奇素数的情况. 假设定理 3 不真，设 G 为极小阶反例. 分以下几个步骤来证明：

(ⅰ) $O_{p'}(G)=1$.

实际上，如果 $H=O_{p'}(G)\neq 1$，我们考虑商群 G/H. 由引理 1(c) 知，PH/H 的每个极大子群都是 G/H 的弱 s- 置换子群. 又 $N_{G/H}(PH/H)=N_G(P)H/H$，故 $N_{G/H}(PH/H)$ 是 p- 幂零群. 所以 G/H 满足定理的条件，由 G 的极小性得，G/H 是 p- 幂零群，从而 G 是 p- 幂零群，矛盾.

(ⅱ) $P\leqslant T<G$，则 T 是 p- 幂零群.

显然 $N_T(P)\leqslant N_G(P)$，因此 $N_T(P)$ 是 p- 幂零群. 根据引理 1(a) 知，P 的每个极大子群在 T 中弱 s- 置换. 因此，T 满足定理 3 的条件，由 G 的极小性得，T 是 p- 幂零群.

(ⅲ) $G=PQ$，其中 Q 是 G 的 Sylow q- 子群，且 $q\neq p$，$C_G(O_p(G))\leqslant O_p(G)$.

因为 G 不是 p- 幂零群，其中 p 是奇素数. 因此，根据 Glauberman-Thomposon 定理，$N_G(Z(J(P)))$ 不是 p- 幂零群，其中 $J(P)$ 是 P 的 Thomposon 子群. 因为 $Z(J(P))$ char P，所以 $N_G(P)\leqslant N_G(Z(J(P)))$. 如果 $N_G(Z(J(P)))<G$，由步骤(ⅱ)知，$N_G(Z(J(P)))$ 是 p- 幂零群，矛盾. 于是我们可以假设 $N_G(Z(J(P)))=G$，因此 $O_p(G)\neq 1$. 设 S 是 G 的极小正规子群且满足 $S\leqslant O_p(G)$，则 $S\leqslant P$. 由 $N_{G/S}(P/S)=N_G(P)/S$ 及引理 1(b) 知，G/S 满足定理的条件，由 G 的极小性知，G/S 是 p- 幂零群. 因此 G 是 p- 可解群. 由文献[8] 的定理 6.3.5，对 $|G|$ 的任意素因子 $q\neq p$，存在 G 的 Sylow q- 子群 Q，使得 $G_1=PQ$ 是 G 的子群. 如果 $G_1<G$，则由步骤(ⅱ)知，G_1 是 p- 幂零群，故 $Q\trianglelefteq G_1$. 考虑子群 $O_p(G)Q$，易知 $O_p(G)Q=O_p(G)\times Q$，从而 $Q\leqslant C_G(O_p(G))$. 根据步骤(ⅰ)和引理 3 知，$C_G(O_p(G))\leqslant O_p(G)$，于是 $Q\leqslant C_G(O_p(G))\leqslant O_p(G)$，矛盾. 因此 $G=G_1=PQ$.

(ⅳ) $O_p(G)$ 是 G 的唯一极小正规子群，因此是初等交换 p- 群，且 $\Phi(G)=1$.

因为 G 是 p- 可解群，且 $O_{p'}(G)=1$，所以 $F(G)=O_p(G)$，G 的每个极小正规子群都是初等交换 p- 群. 设 N 为 G 的一个极小正规子群，则 $N\leqslant O_p(G)$. 类似于步骤(ⅲ)的证明知，G/N 是 p- 幂零群. 因为 p- 幂零群系是饱和群系，所以可设 N 是 G 的包含在 $O_p(G)$ 中的唯一极小正规子群，也是 G 的唯一极小正规子群. 若 $N\leqslant\Phi(G)$，那么 $G/\Phi(G)\cong(G/N)/(\Phi(G)/N)$ 是 p- 幂零群，从而 G 是 p- 幂零群，矛盾，于是 $\Phi(G)=1$. 因此存在 $M<\cdot\, G$，使得 $G=NM$，$N\cap M=1$. 于是 $O_p(G)=O_p(G)\cap NM=N(O_p(G)\cap M)$. 又由文献[1] 第 Ⅴ 章的定理 4.3 知，$O_p(G)\leqslant F(G)\leqslant C_G(N)$，故 $O_p(G)\cap M\trianglelefteq MN=G$，因此 $O_p(G)\cap M=1$ 或 $N\leqslant O_p(G)\cap M$. 若 $N\leqslant O_p(G)\cap M$，则 $G=NM=M$，矛盾于 M 是 G 的极大子群. 于是 $O_p(G)\cap M=1$. 因此 $N=O_p(G)$ 是 G 的唯一极小正规子群.

(Ⅴ) G 是 p- 幂零群.

由步骤(ⅳ)知，$G=NM$，$O_p(G)=N$，且 $G/O_p(G)\cong M$ 是 p- 幂零群. 设 M_p 为 M 的 Sylow p- 子群，则 $P=O_p(G)M_p$. 取 P 的极大子群 P_1，使得 $M_p\leqslant P_1$. 由定理 3 的条件知，P_1 在 G 中弱 s- 置换，即存在 $T\lhd\lhd G$，使得 $G=P_1T$，$P_1\cap T\leqslant(P_1)_{sG}$. 令 $L=(P_1)_{sG}$. 若 $L=1$，则 $P_1\cap T=1$，故 $|T_p|=p$，其中 $T_p\in\mathrm{Syl}_p(T)$. 如果 $p<q$，则由引理 2(b) 知，T 为 p- 幂零群，设 $T_{p'}$ 是其正规 p- 补. 又 $T_{p'}\trianglelefteq T\lhd\lhd G$，且 $T_{p'}$ 是 G 的 Hall p'- 子群，故 $T_{p'}\trianglelefteq G$. 因此 $T_{p'}$ 也是 G 的正规 p- 补，因而 G 是 p- 幂零群，矛盾. 故可设 $q<p$ 为 G 的最小素因子. 由 $T\lhd\lhd G$ 且 $|G:T|$ 为 p 的方幂知，$O^p(G)\leqslant T$. 于是由 N 的唯一极小正规性可得，$N\leqslant O^p(G)\leqslant T$，从而有 $|N|=p$. 由 $N=O_p(G)=F(G)$ 知，$C_G(N)=N$. 于是我们有 $M\cong G/N=N_G(N)/C_G(N)\lesssim\mathrm{Aut}(N)$. 而 $\mathrm{Aut}(N)$ 是 $p-1$ 阶循环群，故 Q 也是循环群，再由引理 2(b) 知，G 为 q- 幂零群，即 $P\trianglelefteq G$. 于是由定理 3 的假设知，$G=N_G(P)$ 是 p- 幂零群，矛盾. 若 $L\neq 1$，则 $L\leqslant O_p(G)=N$，从而 $L\leqslant N\cap P_1$. 由 $N\leqslant O^p(G)\leqslant T$ 得，$T\cap P_1\leqslant L\leqslant N\cap P_1\leqslant T\cap P_1$. 因此 $N\cap P_1=T\cap P_1=L=(P_1)_{sG}$. 显然 $L=N\cap P_1\trianglelefteq P$. 另一方面，$N\cap P_1=L=(P_1)_{sG}$ 在 G 中 s- 置换，因此对于任意的 $Q\in\mathrm{Syl}_q(G)$，有 $Q\leqslant N_G(L)$. 从而 $1\neq L\trianglelefteq G$. 于是 $L=N=O_p(G)\leqslant P_1$. 故 $P=NM_p\leqslant P_1M_p=P_1$，矛盾.

所以极小阶反例不存在，定理 3 得证.

注 2　在定理 3 中，条件 $N_G(P)$ 是 p- 幂零群必不可少. 例如 $G=A_5$，显然 G 的 Sylow 5 -子群的每个极大子群是 1，因此 G 的 Sylow 5 -子群的每个极大子群在 G 中弱 s- 置换，但 G 不是 5 -幂零群.

推论 4[9]　设 p 是 $|G|$ 的素因子，P 是 G 的 Sylow p- 子群. 如果 $N_G(P)$ 是 p- 幂零群，并且 P 的每个极大子群在 G 中 c- 正规，则 G 是 p- 幂零群.

参考文献：

[1]　徐明耀. 有限群导引(上)[M]. 北京：科学出版社，1999.

[2]　高慧敏，徐　勇. 有限群的 F-s-补子群与 p-幂零性[J]. 西南大学学报：自然科学版，2010，32(12)：102－105.

[3]　ZHANG Xin-jian，LI Xian-hua. On the θ^*-Pairs of Maximal Subgroups[J]. 西南大学学报：自然科学版，2010，32(12)：106－110.

[4]　祝　明，李金宝，陈贵云. 有限群的 X-ss-半置换子群[J]. 西南大学学报：自然科学版，2011，33(6)：102－105.

[5]　蔡　一，吕　恒，陈贵云. 含有 CC-子群的有限群[J]. 西南师范大学学报：自然科学版，2011，36(3)：4－6.

[6]　车　杰，曹洪平. 条件 c-次正规与有限群的可解性[J]. 西南师范大学学报：自然科学版，2011，36(1)：1－5.

[7]　SKIBA A N. On Weakly s-Permutable Subgroups of Finite Groups[J]. J Algebra，2007，315(1)：192－209.

[8]　GORENSTEIN D. Finite Groups[M]. New York：Chelsea，1986.

[9]　GUO Xiu-yun，SHUM K P. On c-Normal Maximal and Minimal Subgroups of Sylow p-Subgroups of Finite Groups[J]. Arch Math，2003，80：561－569.

Weakly s-Permutable Subgroups and p-Nilpotency of Finite Groups

CHEN Yun-kun[1,2]，　LI Xian-hua[2]

1. *School of Mathematics and Computer Science，Guizhou Normal University，Guiyang 550001，China*；

2. *School of Mathematical Science，Soochow University，Suzhou Jiangsu 215006，China*

Abstract：In this paper，some sufficient conditions on p-nilpotency of finite groups are obtained by the weakly s-permutablity of some maximal subgroups of Sylow subgroups. The results are generalization of some recent results.

Key words：finite group；weakly s-permutable subgroup；p-nilpotent group

责任编辑　廖　坤