

星系内黑洞形成过程的熵演化^①

邓昭镜¹, 陈华林²

1. 西南大学 物理科学与技术学院, 重庆 400715; 2. 重庆第十二中特级教师

摘要: 将星系中黑洞的形成过程分为两个阶段: 第一个阶段是有序化的“整肃”阶段, 第二个阶段是无序化的“撞击”阶段. 从热力学角度和引力场论、量子辐射的角度详细地分析了这两个阶段中星系系统熵(黑洞广义熵)的演化, 得出星系中黑洞的形成过程是一个熵减少过程的结论.

关键词: 整肃过程; 撞击辐射过程; 温度; 熵

中图分类号: P145.8

文献标志码: A

1 问题的提出

20 世纪 70—80 年代, 引力-黑洞学术界围绕熵及其演化问题产生了一次大争论, 争论的一方是以 Bekenstein 为主的学派, 另一方则是以 Hawking 为主的学派. Bekenstein 将黑洞类比于黑体, 提出: 如果将黑洞的视界面积类比成黑洞的熵, 又将黑洞视界面上的引力加速度类比成黑洞的温度, 这样一来 Hawking 的视界面积定理, 就是一个典型的 Clausius 熵增加原理了, 黑洞形成长大的过程就是一个典型的熵增加过程^[1]. 而 Hawking 坚决反对这种类比, Hawking 指出“……毕竟黑洞没有什么随机性, 黑洞倒是随机的对头, 是简单性(单纯性)的化身, 一旦黑洞处于宁静状态, 它就完全“无毛”了; 一切性质都只由三个数决定, 即质量、角动量和电荷. 黑洞无论如何没有随机性.”^[2]

Bekenstein 反驳道: “假如黑洞的视界面积不是熵, 假如黑洞像 Hawking 所说的那样没有熵(没有任何随机性), 那么黑洞就可以用来减少宇宙的熵, 这样就违背热力学第二定律了. 于是我们只稍将某个空间中取来的空气分子装进一个小口袋, 然后扔进黑洞就行了, 当口袋落进黑洞时, 这些气体分子和它们携带的熵便从宇宙中消失了, 这将违反一切自发过程必然导致熵增加的 Clausius 热力学第二原理.”显然 Bekenstein 确信 Clausius 熵增加原理是不能违反的、最普适的原理. 随后, 在 1972—1976 年间 Hawking 从量子场论角度提出了黑洞蒸发模型, 论述了黑洞就像一个具有温度的火球, 它会把视界面近旁的量子气体完全散开, 使黑洞蒸发掉^[3]. 这时, Hawking 与 Bekenstein 便走到一起了. Bekenstein 认为 Hawking 从理论上“精确”地论证了他提出的“黑洞与黑体类比的设想”, 从理论上给出了视界温度表示的严格理论证明, 又证明了黑洞熵与视界面积成正比的关系; 而 Hawking 则认为他发现了黑洞通过量子辐射被蒸发掉的理论机制, “找到了”黑洞具有温度的“根据”. 然而他们哪里知道 Hawking 的黑洞蒸发理论会对他们的“黑洞热力学”带来更大的困难. 事实上 Bekenstein 的面积熵定理与 Hawking 的量子蒸发理论正好表述的是两个相反的“自发”过程. 前者是黑洞在自发形成长大过程中导致熵增加的过程; 后者则是黑洞在自发蒸发消亡的过程中导致熵增加的过程. 黑洞熵在这两个相反的“自发”过程中都导致熵增加, 这就表示在状态空间中孤立星云的熵没有不可及点, 因而否定了熵作为状态函数存在的理论根据. 同时, 更由于黑洞视界面积与黑洞

① 收稿日期: 2011-04-09

作者简介: 邓昭镜(1932-), 男, 湖北宜昌人, 教授, 主要从事凝聚态物理和热力学与统计物理的研究.

的质量平方成正比, 因此通过这两个相反的导致熵增加的自发过程必将导致星系中物质创生^[4], 这更是荒谬的. 由此可见, 当今主流派的“黑洞热力学”在理论上已面临不可克服的基本困难, 其中必须对以下几个基本问题给出明确的结论, 才能使黑洞热力学走出困境. 这些基本问题是:

- 1) Clausius 热力学第二定律是不是物质演化的最普适的规律?^[4]
- 2) Hawking 的量子蒸发过程是熵增加过程, 还是熵减少过程?^[5]
- 3) 黑洞形成并自发地长大的过程是熵增过程, 还是熵减少过程?

文献[4]对第 1 个问题作了很清晰的论述(文献[4]第二章中第 3, 4 节), 明确地指出: “…本来 Clausius 热力学并非是绝对普适的, 以它为基础建立的所有热力学理论应该, 且只能适用于正能态系统, 不应该适用于物质的一切运动过程, 尤其不能适用于负能态系统的物质状态和演化…….”^[4]此外, 文献[5]严格地论述了 Clausius 热力学第二定律可适用的最基本的条件, 论证了 Clausius 热力学第二定律并非绝对普适的. 黑洞蒸发必然是一个熵增加过程, 这个结论又与 Bekenstein 的面积熵定理直接对立, 从而否定了熵作为态函数的基本性质, 这就导致必须正确回答第 3 个问题: 黑洞形成过程是熵增加过程, 还是熵减少过程.

2 黑洞形成中必然存在的两个基本过程

黑洞在星系中形成必然要通过两个基本过程: 第一个过程是物质粒子在黑洞中心体的引力场中被吸向黑洞视界面的过程, 这个过程我们称为“整肃”过程; 第二个过程是高速粒子沿径向向正面撞击黑洞视界面产生热辐射的过程, 这个过程称为“撞击辐射”过程.

2.1 “整肃”过程

“整肃”过程是在黑洞中心体引力场的强制下, 粒子的引力势能和动矩作无序分布的粒子系状态, 统统地被“整肃”到沿径向射入视界的粒子系状态. 这些被“整肃”的粒子将根据粒子所具有的动能大小, 和达到视界的先后, 自动地在视界面上按能级分层, 形成粒子系的有序化分布. 这个过程是“无毛定理”的必然结论^[1](图 1). 实际上, 所有粒子在星系中心体引力场中根据它们的动矩的大小和方向, 各自绕着中心体以似椭圆轨道绕行, 绕行中不断地调整其运行方向, 直到粒子的运行方向调整到中心体的径向时, 粒子就沿径向射入视界. 于是星系中作无序动矩和无序势能分布的粒子系, 在“整肃”过程中被演化成视界面上沿径向作有序化分布的粒子系. 由此可见这里的“整肃”过程不是一个纯粹的动力学过程, 而是一个携带熵变化的不可逆的热力学过程^[2], 是将星系中处于无序分布的高熵态粒子系转变为视界面上作有序分布的低熵态粒子系, 进而使视界面积增加的熵减少过程. 在这里黑洞形成导致视界面积增加的过程是一个熵减少过程的演化信息是很清晰的. 这也正是黑洞主流学派所谓的已被“丢失了的熵信息”, 我们把它找了回来.

2.2 “撞击辐射”过程

当粒子被黑洞吸收时, 粒子将从它所获取的动量沿径向撞击视界, 从而在视界附近激发起热辐射. 这个热辐射激发过程, 仅从引力场论角度看, 也是必然的, 事实上由于所有落入视界的粒子必须相对视界静止, 也就是说一切质量为 m 的粒子当它落入视界后它的质量都将变为 m_0 (m_0 是粒子相对于视界的固有质量), 于是质量差额 $\Delta m = m - m_0$ 将用于产生光量子辐射. 不过有一点必须指出: 这里由于粒子撞击视界的能量一般不是很高, 使得撞击一般不会产生粒子的核结构变化, 因此不会产生由粒子核结构变化的辐射反应^[3]. 此外, 由于 Hawking 的虚粒子反应产生的辐射, 只是一种非零温度条件下的温度效应^[4], 这种效应与“撞击”过程无关, 也不予考虑. 于是“撞击辐射”过程只是入射粒子的动能转化为热辐射能的过程, 这样

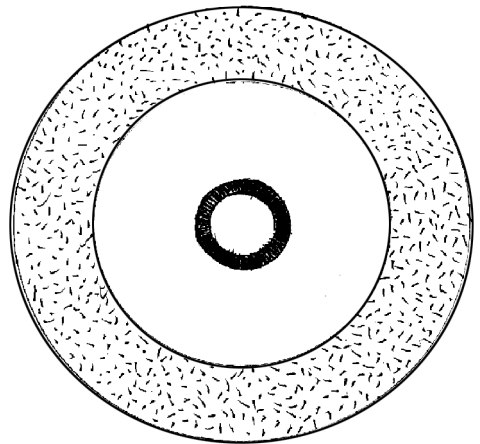


图 1 星云中的无序化粒子系在“整肃”过程中被有序化

的过程必然导致熵增加。

“整肃”过程导致熵减少，“撞击辐射”过程导致熵增加，因此星系内形成黑洞的过程中熵的变化就是由这两个过程所产生的熵变化之和决定。

3 两个基本过程的热力学分析

3.1 温度域判定

根据能态热力学第 0 定律^[7]，热力学系统的温度是内能密度函数 $\varepsilon(r)$ 的正相关函数，因此当星系系统的内能密度正定时，系统的温度正定；当星系系统的内能密度负定时，系统的温度负定。现在，球对称强引力源星系的内能密度函数 $\varepsilon(r)$ 是负定的， $\varepsilon(r) \leq 0$ (图 2)。因此，球对称强引力源星系的温度也必然是负定的， $T_i \leq 0$ 。

3.2 “整肃”过程中熵的演化

根据能态热力学第一定律^[7]，球对称强引力源星系系统的热力学第一定律为

$$dE_i = T_i dS_i + d[W(r_i) - W_g(r_i)] \quad (1)$$

式中：角标 i 表示第 i 球层中的量， dE_i 是第 i 球层中的内能增量； T_i 是第 i 球层的温度； dS_i 是第 i 层的熵增； $dW(r_i)$ 是第 i 层输入的外功； $dW_g(r_i)$ 是第 i 层中自引力作的功。为简化讨论，假定球对称强引力源系统是孤立的，于是有

$$dE_i = 0, \quad dW(r_i) = 0 \quad (2)$$

将(1)式化为

$$T_i dS_i - dW_g(r_i) = 0 \quad (3)$$

故有

$$d_i S_i = \frac{dW_g(r_i)}{T_i} \quad (4)$$

注意我们现在研究的自引力强引力源系统，其温度是负定的， $T_i \leq 0$ 。在这个系统中粒子在“整肃”过程中被引力加速(直到视界)，在未撞击视界之前粒子所处的球面在缩小，因此在这个加速过程中粒子的自引力作正功，故有

$$dW_g(r_i) = \mathbf{f} \cdot d\mathbf{A} = \frac{\kappa}{8\pi} dA_i = \left(-e \frac{\kappa}{8\pi}\right) \cdot (-e dA_i) = \frac{\kappa}{8\pi} dA_i \geq 0 \quad (5)$$

由此得

$$dS_i = -\frac{dW_g(r_i)}{|T_i|} = -\frac{\kappa dA_i}{8\pi |T_i|} = -\frac{dM}{|T_i|} \leq 0 \quad (6)$$

(6) 式表明：球对称强引力源星系系统在自聚集的“整肃”阶段中必然导致星系的广义熵减少。

3.3 “撞击辐射”过程

“撞击”过程显然也是发生在负温度域中的过程，因此，“撞击”过程中系统的温度 $T_R = T_R \leq 0$ ，同时在“撞击”中粒子打击在视界面上，自引力在视界面反抗下作负功，这个负功一方面使视界附近产生热辐射，另一方面使黑洞视界面积增加(即黑洞的固有质量 M_0 增加)。实际上“撞击”过程中，视界面积沿 r_i 方向增加，固有面积增加 $dA = dAe$ ，而自引力 $\mathbf{f} = -\frac{\kappa}{8\pi} \mathbf{e}$ ，由此，可得 $dW_R(r_i) = -\frac{\kappa}{8\pi} dA_R \leq 0$ ，即自引力作负功，因此“撞击”过程中引起的熵变化是：

$$dS_R = \frac{dW_g}{T_R} = -\frac{\kappa dA_R}{8\pi T_R} = \frac{dM_R}{|T_R|} \geq 0 \quad (7)$$

(7) 式表明星系在形成球对称黑洞时，通过“撞击”使黑洞的视界面积增加，同时又使黑洞的广义熵增加。

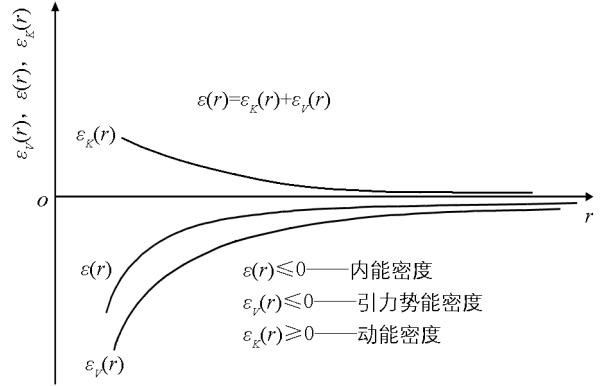


图 2 球对称强引力源星云系统的能量密度函数

3.4 “整肃”和“撞击辐射”两个过程引起的总熵变化

现将“整肃”与“撞击辐射”两个过程中的熵变化加起来, 则得到星系中所引起的总熵变化:

$$dS_{\text{tot}} = dS_i + dS_R = -\frac{dM}{|T_g|} + \frac{dM_R}{|T_R|} = -\frac{dM_0}{|T_g|} \leq 0, \quad T_g = T_R \quad (8)$$

式中: M_0 是固有质量; (8) 式表明: 自收缩强引力源系统通过“整肃”和“撞击辐射”形成黑洞的过程是一个使黑洞的广义熵减少的过程.

4 引力场的“整肃”过程分析^[8]

现在从引力场动力学角度来分析“整肃”过程, 为简化计, 这里只对中心对称场写出粒子在场中的运动方程——Hamilton-Jacobi 方程:

$$\left(\frac{1}{1-\frac{r_g}{r}}\right)\left(\frac{\partial\zeta}{c\partial t}\right)^2 - \left(1-\frac{r_g}{r}\right)\left(\frac{\partial\zeta}{\partial r}\right)^2 - \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial\varphi}\right)^2 - m^2c^2 = 0 \quad (9)$$

式中: $r_g = \frac{2GM}{c^2}$, M 是中心体质量; ζ 是作用量. 根据引力场中心对称要求, 在能量守恒和动矩守恒条件下, $\zeta(t, \varphi, r)$ 应表示为:

$$\zeta(t, \varphi, r) = -\varepsilon_0 t + J\varphi + \zeta_r(r) \quad (10)$$

式中: ε_0 是星系的总能量常数, J 是角动量. 将(10)式代入(9)式可以求出 $\zeta_r(r)$ 函数:

$$\zeta_r(r) = \int \left[\sqrt{\frac{\varepsilon_0^2}{c^2} \left(1-\frac{r_g}{r}\right)^{-2} - \left(m^2c^2 + \frac{J^2}{r^2}\right) \left(1-\frac{r_g}{r}\right)^{-1}} \right] dr \quad (11)$$

对(11)式作积分变量变换

$$r(r-r_g) = r'^2, \quad \text{即: } r' = r - \frac{1}{2}r_g - \frac{1}{8}r_g\left(\frac{r_g}{r}\right) \dots \quad (12)$$

若只取一级近似, 则有: $r' = r - \frac{1}{2}r_g$, 代入(11)式则有 $\zeta_r(r)$ 的一级近似表示:

$$\zeta_r(r) = \int \left[\left(2\varepsilon'_0 m + \frac{\varepsilon_0^2}{c^2}\right) + \frac{1}{r'} \left(2m^2MG + 4\varepsilon'_0 m r_g\right) - \frac{J^2}{r'^2} \left(1 - \frac{3m^2c^2r_g^2}{2J^2}\right) \right]^{\frac{1}{2}} dr \quad (13)$$

(13) 式中的 ε'_0 表示非相对论能量. 该式中头两项仅是对牛顿椭圆运动的微小修正, 意义不大, 只有 $\frac{1}{r'^2}$ 项才会出现如近日点移动之类的系统变化. 注意粒子在对称场中的轨迹是由方程 $\varphi(r') + \frac{\partial\zeta_r(r)}{\partial J} = \text{Const}$ 决定的, 由此, 粒子绕中心体旋转的轨道角变更为^[9]

$$\Delta\phi = -\frac{\partial}{\partial J}\Delta\zeta_r \quad (14)$$

当粒子旋转 2π 角后, ϕ 角引起的改变应表示为

$$\Delta\phi = 2\pi + \delta\phi = 2\pi + \frac{\partial}{\partial J}\delta\zeta_r \quad (15)$$

将(13)式代入(15)式, 并求 $\zeta_r(r')$ 对 J 的导量, 保留到 $\left(\frac{1}{J^2}\right)$ 量级, 则得

$$\Delta\phi = 2\pi + \frac{3\pi m^2c^2r_g^2}{2J^2} = 2\pi + \frac{6\pi Gm^2M^2}{C^2J^2} \quad (16)$$

此式表明粒子旋转一周后, ϕ 角增量 $\delta\phi$ 应是

$$\delta\phi = \frac{6\pi Gm^2M^2}{c^2J^2} \quad (17)$$

用椭圆离心率 e 表示时, 则有

$$\delta\phi = \frac{6\pi G M^2}{c^2 a^2 (1-e)^2}, \quad e = \left[1 - \frac{J^2}{Gm^2 a M} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

式中, a 是椭圆长半轴. 注意, 当粒子在旋转中只受到中心引力作用时, 粒子的角动量 J 和粒子的质量 m 的比值是基本不变的量. 因此, (17)、(18) 两式表明: 粒子绕中心体的轨道角位移 $\delta\phi$ 将随 \mathfrak{M} 或 e 增加而迅速增加. 同时, 由于中心体质量增加, 必然导致轨道离心率增加, 使粒子运行的椭圆轨道更加沿径向扁窄, 从而更有利于粒子沿径向射入视界. 在这里, 我们清楚地看到中心体引力场是如何强制(或“整肃”)粒子的运行轨道, 使之必然沿径向射入视界的历程. 图 3 绘制了球对称引力场中粒子运行轨道变化的示意图.

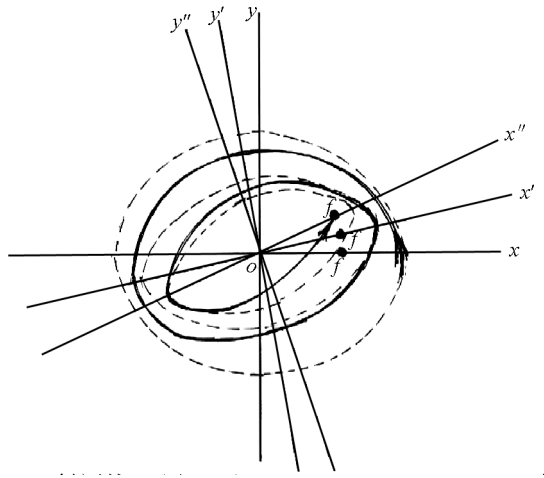


图 3 粒子的椭圆轨道在运行中逐渐扁窄, 籍此调整粒子的轨道方向, 以便于粒子沿径向射入焦点上的视界

5 “撞击辐射”的量子辐射过程分析^[9]

在“整肃”阶段中所有入射视界的粒子都以各种不同的动量沿径向撞击视界面. 从而使粒子在“整肃”过程中已获得的有序化动能通过“碰撞”转化为热能. 这个过程是易于理解的, 实际上每个粒子在视界强引力场作用下经过碰撞后会在视界面内留下固有能, 从而使, 也只能使粒子的有序化动能转化为无序化辐射热. 显然伴随热辐射产生必然会产生熵, 这个熵也正是当今黑洞热力学主流派所表述的黑洞的熵^[9], 对于这个熵当今黑洞热力学作了大量研究, 提出了各种模型, 其结果都是一致的. 即黑洞在吸收物质的“碰撞”过程中所产生的熵 ΔS_R , 与黑洞视界面积的增加成正比.

$$\Delta S_R = \frac{k_B}{4} \Delta A \geq 0 \quad (19)$$

式中: ΔS_R 是黑洞“撞击辐射”过程中产生的辐射熵增, ΔA 是“撞击辐射”过程中所增加的视界面积. 但是“撞击辐射”过程是将黑洞在吸收物质过程中本应增加的全部面积中撞掉一部分, 即粒子的动能所显示的面积增加部分. 因此, 在“撞击辐射”过程中黑洞所增加的视界面积, 应当比没有“撞击辐射”过程时黑洞所增加的面积减少了. 就是说“撞击”过程中视界面 A 仍然是增加的 $\Delta A_R \geq 0$. 而撞击力方向反着视界面积 $f = -\frac{\kappa}{8\pi}e$, 因此撞击力 f 在此过程中作负功, 即: $f \cdot \Delta A \leq 0$. 按照孤立系统热力学第一定律, 则有

$$T_R dS_R = dW_g = -f dA_R \quad (20)$$

同时又考虑到“撞击辐射”过程发生在视界面上, 是处于负温度域中的过程, 故有 $T_R \leq 0$, 由此可得

$$\Delta S_R = -\frac{f dA_R}{T_R} = \frac{f dA_R}{|T_R|} = \frac{k_B}{4} dA_R \geq 0 \quad (21)$$

(21) 式表明“撞击辐射”过程是在撞击力克服不了视界面积增加趋势的情况下, 来增加黑洞的广义熵的. 只要注意这一点, 我们就能将当今主流学派黑洞热力学关于熵的导出结果搬到我们的理论框架内. 下面以砖墙法为例来求解“撞击辐射”过程中熵的改变. 砖墙法认为: “洞外与黑洞处于热平衡的量子辐射气体的熵, 就是黑洞的熵.”^[9] 模型中考虑到“辐射场的态密度在视界面上和无穷远处分别存在红外和紫外发散, 因此特在视界附近和无穷远处分别设置两堵砖墙. 实际上, 为保证形成平衡量子气体, 必需在视界近旁和无穷远处分别截断红外和紫外发散, 故人称此法为砖墙法”^[9].

该法首先对中心对称引力场(SW 场)引入满足 Klein-Gordon 方程的量子场, 表示如下:

$$\text{径向} \quad \frac{d}{dr} \left[(r^2 - 2M_R) \frac{d\psi(r)}{dr} \right] + \left[\frac{r^2 \omega^2}{r - 2M} - \frac{\mu_0^2}{\hbar} r^2 - l(l+1) \right] \psi(r) = 0 \quad (22)$$

$$\text{横向} \quad \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial Y_{lm}(\theta, \varphi)}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2 Y_{lm}(\theta, \varphi)}{\partial\varphi^2} = -l(l+1) Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (22')$$

然后对径向方程作 WKB 近似, 并由径向方程决定平衡的量子气体所必需具有的驻波表示:

$$k^2 = (1 - \frac{2M_R}{r})^{-1} \left[\omega^2 (1 - \frac{2M_R}{r})^{-1} - \mu_0^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \quad (23)$$

既然已在洞外和无穹远处设立了两堵砖墙, 则量子气体达到平衡时就必需满驻波条件. 因此要求(23)式中的 k 满足下式给出的条件:

$$n\pi = \int_{r_H+h}^L k(r, l, \omega) dr, \quad n \text{ 为整数} \quad (24)$$

式中: L 是星云线度, $r_H + h$ 是黑洞视界线度. 由(24)式确定了平衡的正则系综的连续谱 $\{\omega\}$. 有了连续谱就可以按统计力学传统步骤, 给出平衡量子气体的自由能:

$$F_R = -\frac{1}{\pi} \int_{\Delta}^{\infty} d\omega \int_r dr \int_l \frac{(2l+1)}{e^{\beta\omega} - 1} \left\{ \left[\frac{\omega^2}{1 - \frac{2M_R}{r}} - \left(\mu_0^2 + \frac{(l+1)}{r^2} \right) \right] \left(\frac{1}{1 - \frac{2M_R}{r}} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} dl \quad (25)$$

式中: $\beta = \frac{1}{k_B T}$ 为温度参量, 只稍考虑砖墙限制和 $\mu \geq 0$ 的小质量近似, 最后求得黑洞视界附近以及洞外平衡量子气体的自由能 F_R 的具体表示:

$$F_R = -\frac{2\pi^3}{45h} \left(\frac{2M_R}{\beta} \right)^4 - \frac{2\pi^3}{135\beta^4} L^3 - \frac{8(2\pi M_R^3)}{45\beta^4} \ln\left(\frac{L}{h}\right) \quad (26)$$

进一步由 $S_R = \beta^2 \frac{\partial F_R}{\partial \beta}$ 可以求得黑洞视界近旁和洞外量子气体的熵.

$$S_R = +\frac{8\pi^3}{45h\beta^3} (2M_R)^4 + \frac{8\pi^3 L^3}{135\beta^3} + \frac{32(2\pi M_R)^3}{45\beta^3} \ln\frac{L}{h} \quad (27)$$

式中: 温度参量 $\beta = \frac{1}{k_B T}$, 对于正能域 $\beta \geq 0$, 负能域 $\beta \leq 0$; L 是洞外星系内的广阔的程度, h 是待定系数.

(27) 式第一项中的参量 h 是温度的函数, 这里只要选取 $h = (90\beta)^{-1}$, 就可以保证(27)式的第 1 项是 β 的偶次幂函, 同时还可以将第一项化为黑洞熵的标准形式, 即: $4\pi k_B M_R^2 = \frac{1}{4} k_B A_R$, 这时(27)式化为

$$S_R = \frac{1}{4} k_B A_R + \frac{8\pi^3 L^3}{135\beta^3} + \frac{32(2\pi M_R)^3}{45\beta^3} \ln\left(\frac{L}{h}\right) \quad (27')$$

通过“撞击”过程, 黑洞的视界面积由 A_R 增加至 A'_R , 星系中洞外区域的线度由于黑洞长大而略为缩小, 即由 L 缩小 L' , 因此通过“撞击”后星系的熵变为

$$S' = \frac{1}{4} k_B A'_R + \frac{8\pi^3 L'^3}{135\beta^3} + \frac{32(2\pi M'_R)^3}{45\beta^3} \ln\left(\frac{L'}{h}\right) \quad (28)$$

于是由“未撞击”到“撞击”所引起的熵增应表示为

$$dS_R = \frac{1}{4} k_B (A'_R - A_R) + \frac{8\pi^3}{135} \left[\left(\frac{L'}{\beta'} \right)^3 - \left(\frac{L}{\beta} \right)^3 \right] + \frac{32(2\pi)^3}{45} \ln \frac{(L')^{\mu'}}{(L)^{\mu}} \quad (29)$$

式中: $\mu = \left(\frac{M_R}{\beta} \right)^3$, $\mu' = \left(\frac{M'_R}{\beta'} \right)^3$. 由于黑洞体积长大对星系内洞外体积的影响很小, 致使星系内洞外的体积线度基本上没有变化, 故有 $L'^3 = L^3 \left(1 - \frac{\delta}{L} \right)^3 = L^3$. 同时洞外气体的温度变化也很小, 即 $\beta' = \beta$, 因此最后有

$$dS_R = \frac{1}{4} k_B dA_R \geq 0 \quad (30)$$

(30) 式表明被黑洞吸引的粒子, 在“撞击”的过程中必然导致熵增加.

6 “整肃”与“撞击辐射”过程引起的熵的总变化

现在将“整肃”过程与“撞击辐射”过程所导致的星云的熵变化总加起来就得到黑洞形成过程中引起星云熵的总变化, 令熵的总变化为 dS_{tot}

$$dS_{\text{tot}} = dS_g + dS_R$$

而

$$dS_g = S(r_g) - S(0) = -\frac{dM}{|T_g|} \leq 0, T_g \leq 0 \quad (4)$$

$$dS_R = S(r_R) - S(r_g) = \frac{dM_R}{|T_R|} \geq 0, T_R = T_g \leq 0 \quad (31)$$

于是熵的总改变 dS_{tot} 表示为:

$$dS_{\text{tot}} = dS_g + dS_R = S(r_R) - S(0) = -\frac{d(M - M_R)}{|T_R|} = -\frac{dM_0}{|T_g|} \leq 0 \quad (32)$$

式中: M 是粒子系的总质量, M_R 是它的运动质量, M_0 是粒子相对于视界的固有质量, (32) 式表明, 星云内形成黑洞的过程是一个熵减少过程.

总之, 恒星的爆炸和黑洞的形成恰是相互伴生的两个完全相反的演化过程. 如果说, 恒星的爆炸是恒星在正温度域中通过剧烈膨胀所导致的熵增加过程, 那么, 黑洞的形成则是恒星在负温度域中通过星体收缩、聚集所导致的熵减少过程. 星体中产生物系正温度域的物锂基础是星体内粒子动能和核反应能的宏观反映; 而形成黑洞负温度域的物理基础则是自引力场在星体中的宏观反映.

参考文献:

- [1] Bekenstein. Black Holes and Entropy [J]. *Physical Review*, 1973(7): 2333.
- [2] 基普·S·索恩. 黑洞与时间弯曲 [M]. 李泳, 译. 长沙: 湖南科技出版社, 2007: 392-393.
- [3] HAWKING S W. Particle Creation by Black Holes [J]. *Communication in Math Physics*, 1973, 43: 199.
- [4] 邓昭镜, 陈华林, 陈洪, 等. 负能谱及负能谱热力学 [M]. 重庆: 西南师范大学出版社, 2007: 53.
- [5] 邓昭镜. Caratheodorg 定理与热力学第二定律 [J]. *西南大学学报: 自然科学版*, 2011, 33(1): 39-42.
- [6] 刘辽, 赵峥. 广义相对论 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2004: 267-273.
- [7] 邓昭镜. 自引力系统能态热力学 [J]. *西南大学学报: 自然科学版*, 2011: 33(11): 55-62.
- [8] LANDAU L D, LIFSHITZ E M. *The Classical Theory of Fields* [M]. 北京: 世界图书出版公司, 2007: 306-309.
- [9] 刘辽, 赵峥, 田贵花, 等. 黑洞与时间的性质 [M]. 北京: 北京大学出版社, 2008: 90-96.

The Evolution of Entropy in the Process of Black Hole Formation in Nebulae/Galaxies

DENG Zhao-jing¹, CHEN Hua-lin²

1. School of Physical Science and Technology, Southwest University, Chongqing 400715, China;

2. Chongqing 12th Middle School, Chongqing, China

Abstract: In this paper, the process of black hole formation in nebulae is divided into two stages (phases), one is called “arrangement process” and the other is called “impact radiation process”. A detailed analysis is given of the evolution of the entropy of nebula (or the broad-sense entropy of black hole) at the two phases from the respect of the thermodynamics, the gravitational field and the quantum radiation. It is concluded that the process of the formation of any black hole in the nebula is an entropy-decrease process.

Key words: arrangement process; impact-radiation process; temperature; entropy

责任编辑 潘春燕